1 +

36 карт

извлекают 4 карты

ξ – число карт ♦ масти в выборке

Найти: $M\xi$, $D\xi$, $P\{|\xi - M\xi| < \sigma_\xi\}$

Построить график распределения ξ

ξ_k	0	1	2	3	4
P_{ξ_k}	0,2979	0,4469	0,2145	0,0385	0,0021

$$P(0) = \frac{C_9^0 \cdot C_{27}^4}{C_{36}^4} = \frac{390}{1309} = 0{,}2979$$

$$P(1) = \frac{C_9^1 \cdot C_{27}^3}{C_{36}^4} = \frac{585}{1309} = 0{,}4469$$

$$P(2) = \frac{C_9^2 \, C_{27}^2}{C_{36}^4} = \frac{1404}{6545} = 0{,}2145$$

$$P(3) = \frac{C_9^3 \, C_{27}^1}{C_{36}^4} = \frac{36}{935} = 0{,}0385$$

$$P(4) = \frac{C_9^4 \, C_{27}^0}{C_{36}^4} = \frac{2}{935} = 0{,}0021$$

$M\xi = \sum P_k \cdot \xi_k = 0 \cdot 0{,}2979 + 1 \cdot 0{,}4469 + 2 \cdot 0{,}2145 +$

$+ 3 \cdot 0{,}0385 + 4 \cdot 0{,}0021 = 1{,}0754$

$D\xi = (\xi_k - M_\xi)^2 \cdot P_k = (0 - 1{,}0754)^2 \cdot 0{,}2979 +$

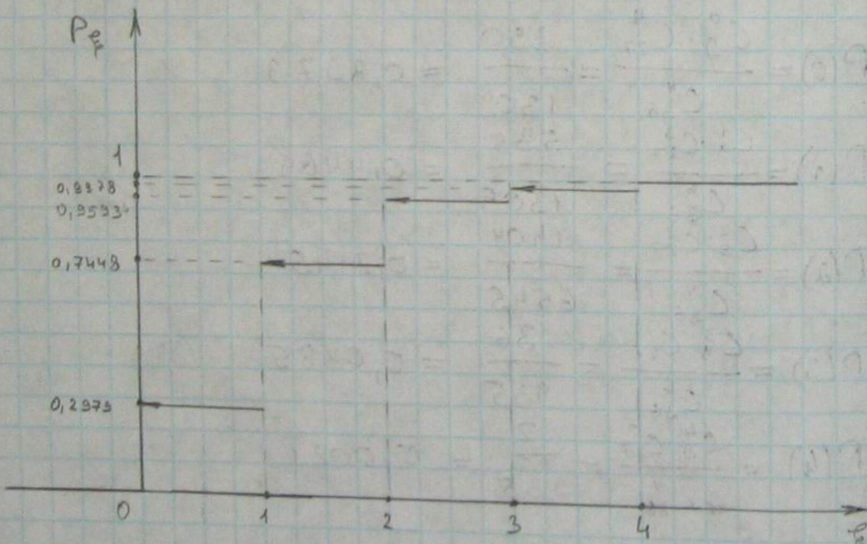
$+ (1 - 1{,}0754)^2 \cdot 0{,}4469 + (2 - 1{,}0754)^2 \cdot 0{,}2145 +$

$+ (3 - 1{,}0754)^2 \cdot 0{,}0385 + (4 - 1{,}0754)^2 \cdot 0{,}0021 =$

$= 0{,}691$

$\sigma_\xi = \sqrt{D_\xi} = \sqrt{0{,}691} = 0{,}8312$

$P\{|\xi - M_\xi| < \sigma_\xi\} = 0{,}4469$



②

$p = 0{,}5$ – вероятность приёма сигнала

$N = 7$ сигналов, $M = 3$ сигнала

A: {из 7 сигналов принято не более 3-х}

B: {из 7 сигналов принято 2 сигнала}

Найти $P(A)$, $P(B)$;

$M\xi$ и $D\xi$, ξ – число принятых сигналов из N

$P(A) = C_7^3 \cdot 0{,}5^3 \cdot 0{,}5^4 + C_7^2 \cdot 0{,}5^2 \cdot 0{,}5^5 + C_7^1 \cdot 0{,}5^1 \cdot 0{,}5^6 +$

$+ C_7^0 \cdot 0{,}5^0 \cdot 0{,}5^7 = \frac{1}{2}$

$P(B) = C_7^2 \cdot 0{,}5^2 \cdot 0{,}5^2 = \frac{21}{128} = 0{,}164$

Распределение биномиальное, значит

$M\xi = np = 7 \cdot 0{,}5 = 3{,}5$

$D\xi = npq = 7 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5 = 1{,}75$

(3) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{A}{\sqrt{36-x^2}}, & x \in (-6, 6) \\ 0, & |x| \geq 6 \end{cases}$

Найти: A, $M\xi$, $D\xi$, $P\{0<\xi<3\}$

Построить график плотности распределения вероятности.

$$\int_{-6}^{6} \frac{A}{\sqrt{36-x^2}}\,dx = 1 \ ; \quad \int_{-6}^{6} \frac{A}{\sqrt{36-x^2}}\,dx = A \arcsin\frac{x}{6}\Big|_{-6}^{6} = \pi \cdot A$$

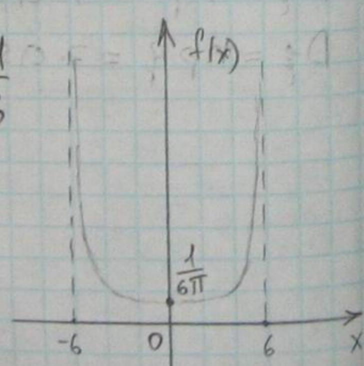
$$A = \frac{1}{\pi}, \quad f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\pi\sqrt{36-x^2}}, & x \in (-6, 6) \\ 0, & |x| \geq 6 \end{cases}$$

$$M\xi = \int_{-6}^{6} x \cdot \frac{1}{\pi \cdot \sqrt{36-x^2}}\,dx = 0$$

$$D\xi = \int_{-6}^{6} x^2 \cdot \frac{1}{\pi \cdot \sqrt{36-x^2}}\,dx = \frac{1}{\pi} \cdot \left(-\frac{1}{2} x \sqrt{36-x^2} + 18 \arcsin\frac{x}{6}\right)\Big|_{-6}^{6} =$$

$$= 18$$

$$P\{0<\xi<3\}: \int_{0}^{3} \frac{1}{\pi} \frac{1}{\sqrt{36-x^2}}\,dx = \frac{1}{6}$$



(4) $m_x = 0$

$|x| < 0{,}5$

$P = 0{,}95$

$\sigma - ?$

$$P\{|x|<0{,}5\} = 2\Phi\left(\frac{0{,}5}{\sigma}\right) - 1$$

По условию $P\{|x|<0{,}5\} = 0{,}95$,

значит $2\Phi\left(\dfrac{0{,}5}{\sigma}\right) - 1 = 0{,}95$;

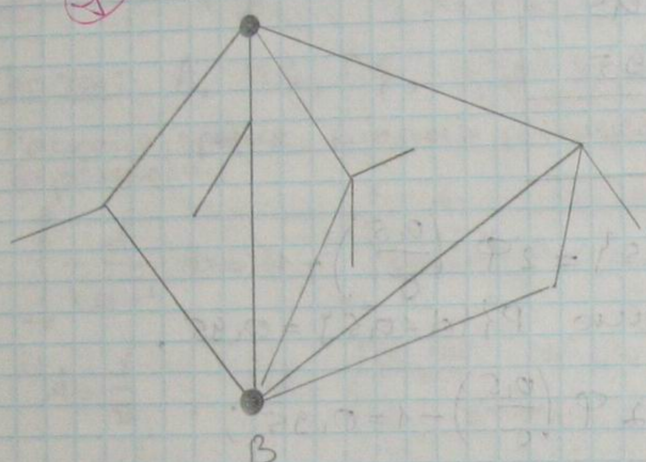
$$\Phi\left(\frac{0{,}5}{\sigma}\right) = 0{,}9750$$

По таблице распределения $\Phi(x)$ нормального распределения, находим:

$$\frac{0{,}5}{\sigma} = 1{,}96, \quad \sigma = \frac{0{,}5}{1{,}96} = 0{,}255$$

Ответ $\sigma = 0{,}255$

5



а) Вероятность, что из 100 групп не менее 40 попадут в B

б) Вероятность того, что частота прихода в B отклонится не более чем на 0,1, если прошло 200 групп.

Вероятность попасть из A в B:

$$P=\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\cdot\frac{2}{3}=\frac{1}{2}$$

а) $P(a)=P(40\leq X_n\leq 100)=\Phi\left(\frac{100-100\cdot\frac{1}{2}}{\sqrt{100\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}}}\right)-$

$-\Phi\left(\frac{40-100\cdot\frac{1}{2}}{\sqrt{100\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}}}\right)=\Phi(10)-\Phi(-2)=$

$=1-1+\Phi(2)=0{,}9772$

б) Отклонение частоты от вероятности:

$$P\left(|X_n-m|<\varepsilon\right)=2\Phi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\right)-1$$

$$P\left(\left|\frac{X_n}{n}-\frac{np}{n}\right|<\frac{\varepsilon}{n}\right)=2\Phi\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\right)-1$$

$$P\left(\left|\frac{X_n}{n}-p\right|<\varepsilon_1\right)=2\Phi\cdot\left(\frac{n\cdot\varepsilon_1}{\sigma}\right)-1$$

$$P\left(\left|\frac{X_n}{200}-0{,}5\right|<0{,}1\right)=2\cdot\Phi\left(\frac{200\cdot0{,}1}{\sqrt{200\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}}}\right)-1=$$

$=2\cdot\Phi(2{,}828)-1=2\cdot0{,}9977-1=0{,}995$

Ответ: $P(а)=0{,}9772$

$P(б)=0{,}995$

8 б

Распределение случайного вектора (ξ, η):

$\xi \backslash \eta$	-1	0	1
1	1/4	1/8	1/8
0	0	1/4	0
2	1/8	1/8	0

а) ряды распределения случайных величин ξ, η

ξ	1	0	2
P	1/2	1/4	1/4

η	-1	0	1
P	3/8	1/2	1/8

б) ряды распределения случайных величин $\xi+\eta$, $\xi\eta$

$\xi+\eta$	-1	0	1	2	3
P	0	1/2	1/4	1/4	0

$\xi\cdot\eta$	-2	-1	0	1	2
P	1/8	1/4	1/2	1/8	0

в) математические ожидания, дисперсии, ковариация ξ и η

$$M\xi = 1\cdot\frac{1}{2} + 0\cdot\frac{1}{4} + 2\cdot\frac{1}{4} = 1$$

$$M\eta = -1\cdot\frac{3}{8} + 0\cdot\frac{1}{2} + 1\cdot\frac{1}{8} = -\frac{1}{4}$$

$$D\xi = (1-1)^2\cdot\frac{1}{2} + (0-1)^2\cdot\frac{1}{4} + (2-1)^2\cdot\frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

$$D\eta = \left(-1+\frac{1}{4}\right)^2\cdot\frac{3}{8} + \left(0+\frac{1}{4}\right)^2\cdot\frac{1}{2} + \left(1+\frac{1}{4}\right)^2\cdot\frac{1}{8} = \frac{7}{16}$$

$$K = M(\xi\cdot\eta) - M\xi\cdot M\eta$$

$$M(\xi\cdot\eta) = -2\cdot\frac{1}{8} - 1\cdot\frac{1}{4} + 0\cdot\frac{1}{2} + 1\cdot\frac{1}{8} + 2\cdot 0 = -\frac{3}{8}$$

$$K = -\frac{3}{8} - 1\cdot\left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{8}$$

$K \neq 0 \Rightarrow \xi$ и η – зависимы.

Зависимы ли $\xi+\eta$ и $\xi\cdot\eta$?

$$P(\xi+\eta=2)\cdot P(\xi\cdot\eta=1) = \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{8} \neq P(\xi+\eta=2, \xi\cdot\eta=1) = \frac{3}{8}$$

$\Rightarrow \xi+\eta$ и $\xi\cdot\eta$ – зависимы.

89 X_1, X_2, X_3 – независимые с.в., принимают значения 0, 1.

$P(X_1=1)=\frac{1}{3}$, $P(X_2=1)=\frac{1}{2}$, $P(X_3=1)=\frac{1}{4}$

$Y_1 = X_1 \oplus X_2 \oplus X_3$; $Y_2 = X_1 \cdot X_3$, $Y_3 = X_2 \oplus X_3$

X_1	X_2	X_3	P_x	Y_1	Y_2	Y_3
0	0	0	1/4	0	0	0
0	0	1	1/12	1	0	1
0	1	0	1/4	1	0	1
0	1	1	1/12	0	0	0
1	0	0	1/8	1	0	0
1	0	1	1/24	0	1	1
1	1	0	1/8	0	0	1
1	1	1	1/24	1	1	0

Y_1	Y_2	Y_3	P_y
0	0	0	1/3
0	0	1	1/8
0	1	1	1/24
1	0	0	1/8
1	0	1	1/3
1	1	0	1/24

а) совместное распределение Y_1, Y_2, Y_3

б) все двумерные распределения Y_i, Y_j

$Y_2 \backslash Y_1$	0	1
0	11/24	11/24
1	1/24	1/24

$Y_3 \backslash Y_1$	0	1
0	1/3	1/6
1	1/6	1/3

$Y_3 \backslash Y_2$	0	1
0	11/24	1/24
1	11/24	1/24

в) одномерные распределения Y_i, их математические ожидания и дисперсии

Y_1	0	1
P	1/2	1/2

$M_{Y_1} = 0\cdot\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cdot 1 = \frac{1}{2}$

$D_{Y_1} = \left(0-\frac{1}{2}\right)^2\cdot\frac{1}{2} + \left(1-\frac{1}{2}\right)^2\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

Y_2	0	1
P	11/12	1/12

$M_{Y_2} = 0\cdot\frac{11}{12} + 1\cdot\frac{1}{12} = \frac{1}{12}$

$D_{Y_2} = \left(0-\frac{1}{12}\right)^2\cdot\frac{11}{12} + \left(1-\frac{1}{12}\right)^2\cdot\frac{1}{12} = \frac{11}{144}$

Y_3	0	1
P	1/2	1/2

$M_{Y_3} = 0\cdot\frac{1}{2} + 1\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$D_{Y_3} = \left(0-\frac{1}{2}\right)^2\cdot\frac{1}{2} + \left(1-\frac{1}{2}\right)^2\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

г) условные вероятности:

1) $P(Y_3 = \xi_3 / Y_1 = \xi_1, Y_2 = \xi_2) = \dfrac{P(Y_1=\xi_1, Y_2=\xi_2, Y_3=\xi_3)}{(Y_1=\xi_1, Y_2=\xi_2)}$

$(0,0,0)$: $\dfrac{1/3}{11/24} = 8/11$; $(0,0,1)$: $\dfrac{1/8}{11/24} = 3/11$

$(0,1,0)$: 0 ; $(0,1,1)$: $\dfrac{1/24}{1/24} = 1$

$(1,0,0): \frac{1/8}{11/24} = 3/11$; $(1,0,1): \frac{1/3}{11/24} = 8/11$

$(1,1,0): \frac{1/24}{1/24} = 1$; $(1,1,1): 0$

г) $P(Y_3 = \xi_3 / Y_2 = \xi_2) = \frac{P(Y_3 = \xi_3,\ Y_2 = \xi_2)}{P(Y_2 = \xi_2)}$

$(0,0): \frac{11/24}{11/12} = 1/2$; $(1,0): \frac{1/24}{1/12} = \frac{1}{2}$

$(0,1): \frac{11/24}{11/12} = 1/2$; $(1,1): \frac{1/24}{1/12} = \frac{1}{2}$

д) ряды распределения случайных величин $Y_i + Y_j$, $Y_i \cdot Y_j$

Y_1+Y_2	0	1	2
P	$\frac{11}{24}$	1/2	1/24

Y_1+Y_3	0	1	2
P	1/3	1/3	1/3

Y_2+Y_3	0	1	2
P	11/24	1/2	1/24

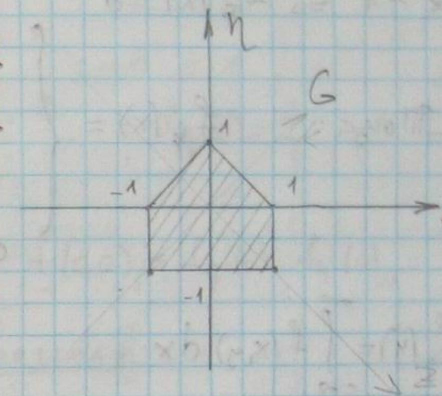
$Y_1 \cdot Y_2$	0	1
P	23/24	1/24

$Y_1 \cdot Y_3$	0	1
P	2/3	1/3

$Y_2 \cdot Y_3$	0	1
P	23/24	1/24

⑥ Случайный вектор (ξ, η) равномерно

4 распределён в области G



$$f(x,y) = \begin{cases} A, & (x,y) \in G \\ 0, & (x,y) \notin G \end{cases}$$

Найдем A

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)\,dx\,dy = 1$$

$$\Rightarrow A \cdot \iint_D dx\,dy = A \cdot S_G = A \cdot 3, \quad A = \frac{1}{3}$$

1) Плотности распределения вероятностей компонент случайного вектора и вопрос об их зависимости

$$f_\xi(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)\,dy$$

$x < -1 \Rightarrow f_\xi(x) = 0$

$-1 \le x \le 0 \Rightarrow f_\xi(x) = \int_{-1}^{x+1} \frac{1}{3}\,dy = \frac{1}{3}(x+1+1) = \frac{1}{3}(x+2)$

$0<x\le 1 \Rightarrow f_\xi(x)=\int\limits_{-1}^{1-x}\frac{1}{3}\,dy=\frac{1}{3}(1-x+1)=\frac{1}{3}(2-x)$

$x>1 \Rightarrow f_\xi(x)=0$

Тогда:
$$f_\xi(x)=\begin{cases}0, & x<-1\\ \frac{x+2}{3}, & -1\le x\le 0\\ \frac{2-x}{3}, & 0<x\le 1\\ 0, & x>1\end{cases}$$

$f_\eta(y)=\int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)\,dx$

$y<-1 \Rightarrow f_\eta(y)=0$

$-1\le y\le 0 \Rightarrow f_\eta(y)=\int\limits_{-1}^{1}\frac{1}{3}\,dx=\frac{1}{3}(1+1)=\frac{2}{3}$

$0<y\le 1 \Rightarrow f_\eta(y)=\int\limits_{y-1}^{1-y}\frac{1}{3}\,dx=\frac{1}{3}(1-y-y+1)=\frac{2}{3}(1-y)$

$y>1 \Rightarrow f_\eta(y)=0$

Тогда:
$$f_\eta(y)=\begin{cases}0, & y<-1\\ \frac{2}{3}, & -1\le y\le 0\\ \frac{2}{3}(1-y), & 0<y\le 1\\ 0, & y>1\end{cases}$$

Проверим, верно ли $f(x,y)=f_\xi(x)\,f_\eta(y)$ для любой точки (x,y)

Пусть $x=0$, $y=0$

$f(0,0)=\frac{1}{3}$; $\quad f_\xi(0)=\frac{2}{3}$, $\quad f_\eta(0)=\frac{2}{3}$

$\frac{1}{3}\ne\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}$, т.е. $f(0,0)\ne f_\xi(0)\cdot f_\eta(0)$,

то есть они <u>зависимы</u>

2) Коррелированы ли компоненты случайного вектора ξ и η.

$K_{\xi\eta}=M(\xi\eta)-M\xi\cdot M\eta$

$M\xi=\int\limits_{-\infty}^{+\infty}x\cdot f_\xi(x)\,dx=\frac{1}{3}\int\limits_{-1}^{0}x(x+2)\,dx+\frac{1}{3}\int\limits_{0}^{1}x(2-x)\,dx=$

$=\frac{1}{3}\int\limits_{-1}^{0}(x^2+2x)\,dx+\frac{1}{3}\int\limits_{0}^{1}(2x-x^2)\,dx=$

$=\frac{1}{3}\left(\frac{x^3}{3}+x^2\right)\Big|_{-1}^{0}+\frac{1}{3}\left(x^2-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_{0}^{1}=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{3}-1+1-\frac{1}{3}\right)=0$

$$M(\xi\eta)=\iint\limits_{-\infty\,-\infty}^{+\infty\,+\infty} xy\,f(x,y)\,dx\,dy=\frac{1}{3}\int_{-1}^{0}dx\int_{-1}^{x+1}x\cdot y\,dy+$$

$$+\frac{1}{3}\int_{0}^{1}dx\int_{-1}^{1-x}x\cdot y\,dy=\frac{1}{3}\int_{-1}^{0}x\,dx\,\frac{y^2}{2}\Bigg|_{-1}^{x+1}+$$

$$+\frac{1}{3}\int_{0}^{1}x\,dx\,\frac{y^2}{2}\Bigg|_{-1}^{1-x}=\frac{1}{6}\int_{-1}^{0}x\left[(x+1)^2-1\right]dx+$$

$$+\frac{1}{6}\int_{0}^{1}x\left[(1-x)^2-1\right]dx=\frac{1}{6}\int_{-1}^{0}\left(x^3+2x^2\right)dx+$$

$$+\frac{1}{6}\int_{0}^{1}\left(x^3-2x^2\right)dx=\frac{1}{6}\left(\frac{x^4}{4}-\frac{2x^3}{3}\right)\Bigg|_{-1}^{0}+$$

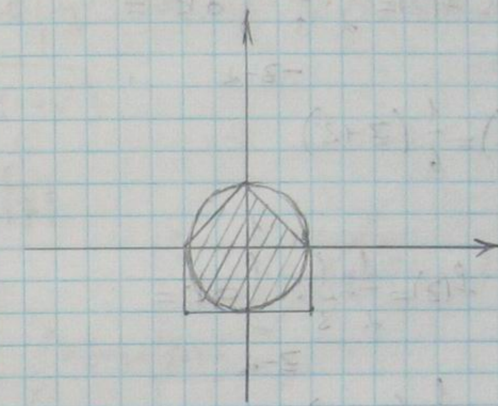
$$+\frac{1}{6}\left(\frac{x^4}{4}-\frac{2x^3}{3}\right)\Bigg|_{0}^{1}=\frac{1}{6}\left(0-\frac{1}{4}+\frac{2}{3}+\frac{1}{4}-\frac{2}{3}\right)=0$$

$$K_{\xi\eta}=0-0=0$$

$K_{\xi\eta}=0 \Rightarrow$ они не корелированы.

1). Найти $P\{(\xi,\eta)\in D\}$, где

$D=\{(x,y)\mid x^2+y^2\le 1\}$



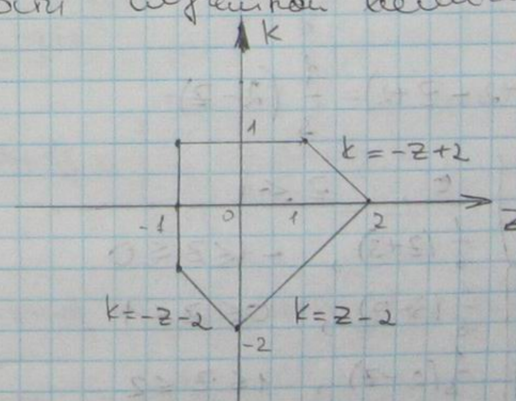
$$P\{(\xi,\eta)\in D\}=\frac{1}{3}\left(1+\frac{\pi}{2}\right)=\frac{2+\pi}{6}$$

③ Найти плотность распределения вероятности случайной величины $\xi-\eta$

$\xi-\eta=z$

$x-y=z$

$y=x-z$



$z < -1 \Rightarrow f(z) = 0$

$-1 \le z \le 0 \Rightarrow f(z) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \int\limits_{-z-2}^{1} dk =$

$= \frac{1}{6}(1 + z + 2) = \frac{1}{6}(z+3)$

$0 \le z \le 1 \Rightarrow f(z) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \int\limits_{z-2}^{1} dk =$

$= \frac{1}{6} \cdot (1 - z + 2) = \frac{1}{6}(3 - z)$

$1 \le z \le 2 \Rightarrow f(z) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \int\limits_{z-2}^{-z+2} dk =$

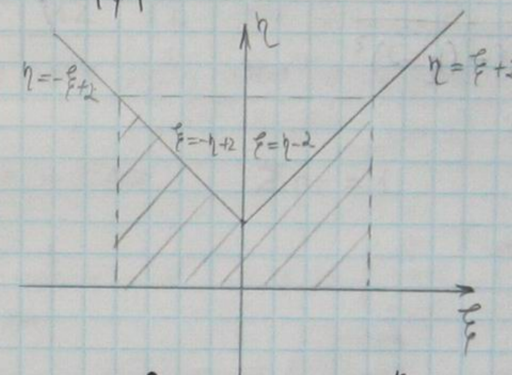
$= \frac{1}{6} \cdot (-z + 2 - z + 2) = \frac{1}{3}(2 - z)$

$$f(f) = \begin{cases} 0, & z < -1 \\ \frac{1}{6}(z+3), & -1 \le z \le 0 \\ \frac{1}{6}(3-z), & 0 \le z \le 1 \\ \frac{1}{3}(2-z), & 1 \le z \le 2 \\ 0, & z > 2 \end{cases}$$

(7) (8)

Случайная величина ξ распределена по закону Коши с плотностью $f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}$.

$\eta = 2 + |\xi|$



$F_Y(\eta) = \frac{1}{\pi} \int\limits_{-\eta+2}^{0} \frac{1}{1+x^2} dx + \frac{1}{\pi} \int\limits_{0}^{\eta-2} \frac{1}{1+x^2} dx =$

$= \frac{1}{\pi} \left[\operatorname{arctg} x \Big|_{-\eta+2}^{0} + \operatorname{arctg} x \Big|_{0}^{\eta-2} \right] =$

$= \frac{1}{\pi} \left(0 - \operatorname{arctg}(-\eta+2) + \operatorname{arctg}(\eta - 2) - 0 \right) =$

$= \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg}(\eta - 2)$

$$f_Y(\eta) = \frac{d}{d\eta} F_Y(\eta) = \frac{2}{\pi} \frac{1}{1+(\eta-2)^2}$$

Ответ

плотность случайной величины η:

$$f_Y(\eta) = \frac{2}{\pi} \frac{1}{1+(\eta-2)^2}$$

9 Проверка статистических гипотез

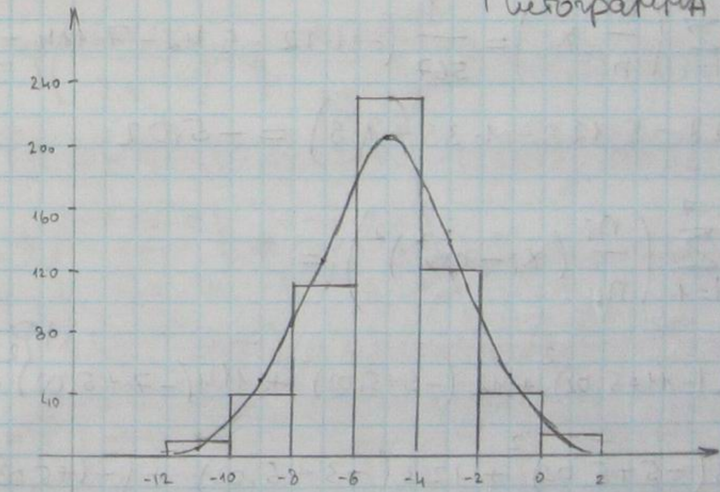
A

Группированная выборка случайной величины X:

	-12;-10	-10;-8	-8;-6	-6;-4	-4;-2	-2;0	0;2
n_i	12	42	114	228	123	39	9
p_i	0,021	0,074	0,201	0,402	0,217	0,069	0,016

$\sum_i n_i = 567$, $\sum_i p_i = 1$

Гистограмма



	интервал	x_i	n_i	p_i	np_i	n_i-np_i	$\frac{(n_i-np_i)^2}{np_i}$
1	(-12, -10)	-11	12	0,014	7,94	4,06	2,08
2	(-10, -8)	-9	42	0,082	46,49	-4,49	0,43
3	(-8, -6)	-7	114	0,238	134,9	-20,9	3,05
4	(-6, -4)	-5	228	0,336	190,5	37,5	7,38
5	(-4, -2)	-3	123	0,234	132,7	-9,7	0,709
6	(-2, 0)	-1	39	0,080	45,36	-6,36	0,892
7	(0, 2)	1	9	0,013	7,37	1,63	0,361

$$m_x^* = \sum_{i=1}^{7}\left(\frac{n_i}{n}x_i\right) = \frac{1}{567}\left(-11\cdot 12 - 9\cdot 42 - 7\cdot 114 - 5\cdot 228 - 3\cdot 123 - 1\cdot 39 + 1\cdot 9\right) = -5{,}02$$

$$D_x^* = \sum_{i=1}^{7}\left(\frac{n_i}{n}(x_i - m_x^*)^2\right) =$$

$$= \frac{1}{567}\left(12(-11+5{,}02)^2 + 42(-9+5{,}02)^2 + 114(-7+5{,}02)^2 + 228(-5+5{,}02)^2 + 123(-3+5{,}02)^2 + (-1+5{,}02)^2\cdot 39 + 9\cdot(1+5{,}02)^2\right) = 5{,}29$$

$$\sigma^* = \sqrt{D_x^*} = 2{,}3$$

Теоретические кривые нормального распределения

$$p_i = \varphi\left(\frac{x_{i+1} - m_x^*}{\sigma_x^*}\right) - \varphi\left(\frac{x_{i-1} - m_x^*}{\sigma_x^*}\right)$$

$$p_1 = \varphi\left(\frac{x_{1+1} - m_x^*}{\sigma_x^*}\right) - \varphi\left(\frac{x_{1-1} - m_x^*}{\sigma_x^*}\right) =$$

$$= \varphi\left(\frac{-10+5{,}02}{2{,}3}\right) - \varphi\left(\frac{-12+5{,}02}{2{,}3}\right) = \varphi(-2{,}17) - \varphi(-3{,}03) =$$

$$= \varphi(3{,}03) - \varphi(2{,}17) = 0{,}9988 - 0{,}9850 = 0{,}014$$

$$p_2 = \varphi\left(\frac{-8+5{,}02}{2{,}3}\right) - \varphi\left(\frac{-10+5{,}02}{2{,}3}\right) = \varphi(-1{,}3) - \varphi(-2{,}17) =$$

$$= \varphi(2{,}17) - \varphi(1{,}3) = 0{,}9850 - 0{,}9032 = 0{,}082$$

$$p_3 = \varphi\left(\frac{-6+5{,}02}{2{,}3}\right) - \varphi\left(\frac{-8+5{,}02}{2{,}3}\right) = \varphi(-0{,}43) - \varphi(-1{,}3) =$$

$$= \varphi(1{,}3) - \varphi(0{,}43) = 0{,}9032 - 0{,}6664 = 0{,}238$$

$$p_4 = \varphi\left(\frac{-4+5{,}02}{2{,}3}\right) - \varphi\left(\frac{-6+5{,}02}{2{,}3}\right) = \varphi(0{,}44) - \varphi(-0{,}43) =$$

$$= \varphi(0{,}44) - 1 + \varphi(0{,}43) = 0{,}6700 - 1 + 0{,}6664 =$$

$$= 0{,}3364$$

$$p_5 = \Phi\left(\frac{-2+5{,}02}{2{,}3}\right) - \Phi\left(\frac{-4+5{,}02}{2{,}3}\right) = \Phi(1{,}3) - \Phi(0{,}44) =$$

$$= 0{,}9032 - 0{,}6700 = 0{,}234$$

$$p_6 = \Phi\left(\frac{0+5{,}02}{2{,}3}\right) - \Phi\left(\frac{-2+5{,}02}{2{,}3}\right) = \Phi(2{,}18) - \Phi(1{,}3) =$$

$$= 0{,}9854 - 0{,}9032 = 0{,}08$$

$$p_7 = \Phi\left(\frac{2+5{,}02}{2{,}3}\right) - \Phi\left(\frac{0+5{,}02}{2{,}3}\right) = \Phi(3{,}05) - \Phi(2{,}18) =$$

$$= 0{,}9985 - 0{,}9854 = 0{,}013$$

$$\sum_{i=1}^{7} np_i = 565{,}26$$

применим критерий χ^2

$$\chi_6^2 = \sum_{i=1}^{7} \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i} = 14{,}902$$

$$\chi^2_{1-\alpha}(r-l-1) = \chi_{0{,}95}(4) = 9{,}49$$

$14{,}902 > 9{,}49$, значит, гипотеза не принимается