ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ИНСТИТУТ РАДИОТЕХНИКИ,
ЭЛЕКТРОНИКИ И АВТОМАТИКИ (ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

КАФЕДРА ТЕХНИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

Курсовой проект по теме:

«Проектирование систем защиты РЭА от механических воздействий»

Размерности!
18.04.08 Крюкова
К защите.

Выполнил:

студент группы ВВ-2-06
факультета ВМС
Красняков Андрей Михайлович

Шифр: ВВ-21-06/038

Преподаватель:

Крюкова И. В.

МОСКВА 2008

2. Содержание

3. Техническое задание

Для заданной схемы амортизации подобрать жёсткости пружин, снижающих нагрузку до допустимых пределов. Сделать проверочный расчёт. Построить АЧХ.

$a = 0{,}1$ м

$m_1 = 3$ кг

$m_2 = 0{,}15$ кг

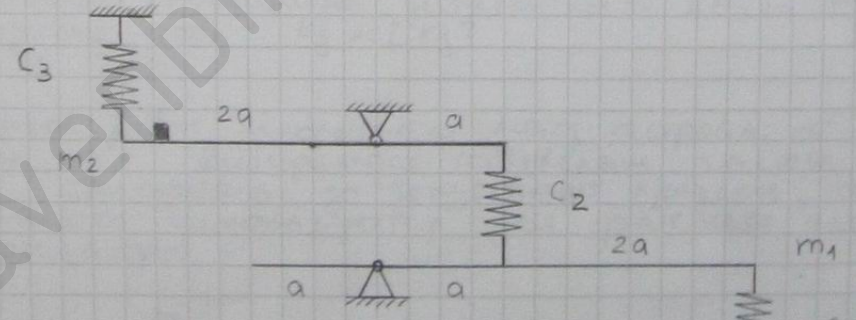
$n_в = 8$

$[n] = 2$

$r = 0{,}20$ м

$f_1 = 150$ Гц

$f_2 = 250$ Гц



Задание выдано

14.04.08

Крапик

1. Введение

В настоящее время радиоэлектронная аппаратура применяется для управления различными транспортными средствами. Движение и изменение режима движения транспортного средства сопровождаются колебаниями его борта (вибрациями). Эти колебания при неблагоприятных обстоятельствах могут являться причиной сбоев, паразитных шумов, вызывая значительные деформации и механические напряжения, которые могут привести к разрушению деталей, узлов и блоков РЭА.

Все виды механических воздействий характеризуются перегрузкой

$n = \frac{a}{g}$; Вибрационная перегрузка – отношение максимального ускорения, возникающего при вибрации, к ускорению свободного падения

Перегрузка корпуса не должна превышать допустимых значений. Наиболее распространённым средством защиты РЭА от механических воздействий является амортизация – система упругих опор, на которые устанавливается объект с целью защиты от внешних динамических воздействий.
Виброустойчивость – способность детали сохранять в условиях вибрации в заданном диапазоне частот и ускорений свои параметры. Расчёт на виброустойчивость заключается в определении с помощью АЧХ амплитуд колебаний в заданном диапазоне частот

Коэффициент динамичности: $K_д = \frac{a_{элемента}}{a_{борта}}$, может быть выражен как $K_д = \frac{n_{элемента}}{n_{борта}}$

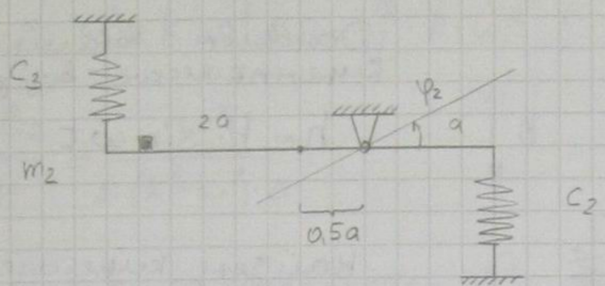
Допустимый коэффициент динамичности $[K_д] = \frac{[n]}{n_б}$
Необходимо, чтобы $K_д < [K_д]$

В данной работе используется метод отстройки от собственных частот, т.е. выбираются собственные частоты так, что бы n снижалась до допустимого предела, а затем эти частоты используются для расчёта жёсткостей амортизаторов.

5. Расчётная часть.

I. Выбор собственных частот.

Парциальная схема (верхняя часть):



Составляем уравнение движения этой системы (уравнение Лагранжа 2-го рода)

Движение — плоско-параллельное.

Найдём кинетическую энергию:

$$T = \frac{m_2 v_2^2}{2} + \frac{J_2 \omega_2^2}{2}$$

$$\omega_2 = \dot{\varphi}_2 \quad , \quad v_2 = 0{,}5 \cdot a \cdot \dot{\varphi}_2 \; ; \; J_2 = \frac{m l^2}{12} = \frac{m \cdot (3a)^2}{12} = \frac{3}{4} m_2 a^2$$

$$T = \frac{1}{2}\left(m_2 \cdot \frac{1}{4} a^2 \cdot \dot{\varphi}_2^2 + \frac{3}{4} m_2 a^2 \cdot \dot{\varphi}_2^2\right) = \frac{1}{2} m_2 a^2 \cdot \dot{\varphi}_2^2$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_2} = m_2 \cdot a^2 \cdot \dot{\varphi}_2 \quad ; \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_2}\right) = m_2 \cdot a^2 \cdot \ddot{\varphi}_2 \quad ; \quad \frac{\partial T}{\partial \varphi_2} = 0$$

Найдём потенциальную энергию:

$$\Pi = \frac{1}{2} c_2 \cdot \lambda_2^2 + \frac{1}{2} c_3 \cdot \lambda_3^2$$

$\lambda_2 = a \cdot \varphi_2$; $\lambda_3 = 2a \cdot \varphi_2$ (пружины растягиваются)

$$\Pi = \frac{1}{2} c_2 \cdot a^2 \cdot \varphi_2^2 + \frac{1}{2} \cdot c_3 \cdot 4a^2 \varphi_2^2$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_2} = c_2 \cdot a^2 \cdot \varphi_2 + 4c_3 \cdot a^2 \cdot \varphi_2 = (c_2 + 4c_3) \cdot a^2 \cdot \varphi_2$$

Уравнение Лагранжа: $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_2}\right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_2} + \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_2} = 0$

$$m_2 \cdot a^2 \cdot \ddot{\varphi}_2 + (c_2 + 4c_3) \cdot a^2 \cdot \varphi_2 = 0$$

Ищем решение в виде: $\varphi_2 = A_2 \sin kt$; $\ddot{\varphi}_2 = -A_2 k^2 \sin kt$

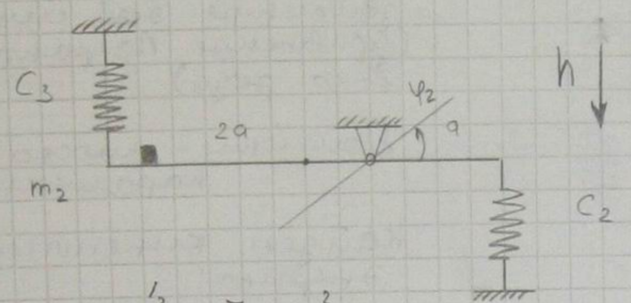
$$-m_2 \cdot a^2 \cdot \cancel{A_2}\, k^2 \cancel{\sin kt} + (c_2 + 4c_3)\cdot a^2 \cdot \cancel{A_2} \cdot \cancel{\sin kt} = 0$$

$$-m_2 \cdot \cancel{a^2} \cdot k^2 + (c_2 + 4c_3)\,\cancel{a^2} = 0 \quad ;$$

$$c_2 + 4c_3 = m_2 k^2$$

Добавим внешнее кинематическое возбуждение

$$h = H \cdot \sin \omega t$$



Найдем кинетическую энергию:

$$T = \frac{m_2 v_2'^2}{2} + \frac{J_2 \omega_2^2}{2}$$

$$\omega_2 = \dot{\varphi}_2 \quad ; \quad v_2' = 0{,}5 \cdot a \cdot \dot{\varphi}_2 + \dot{h} \quad ; \quad J_2 = \frac{m_2 l_2^2}{12} = \frac{3}{4} m_2 a^2$$

$$T = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \left(\frac{a}{2}\dot{\varphi}_2 + \dot{h}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} m_2 a^2 \cdot \dot{\varphi}_2^2$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_2} = m_2 \cdot \left(\frac{a}{2} \cdot \dot{\varphi}_2 + \dot{h}\right) \cdot \frac{a}{2} + \frac{3}{4} m_2 a^2 \cdot \dot{\varphi}_2 = m_2 \cdot a^2 \cdot \dot{\varphi}_2 + \frac{a}{2} \cdot m_2 \cdot \dot{h}$$

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi_2} = 0$$

Потенциальная энергия:

$$\Pi = \frac{1}{2} c_2 \cdot \lambda_2^2 + \frac{1}{2} c_3 \cdot \lambda_3^2 = \frac{1}{2} c_2 \cdot a^2 \cdot \varphi_2^2 + \frac{1}{2} \cdot c_3 \cdot 4a^2 \varphi_2^2$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_2} = (c_2 + 4c_3)\, a^2 \cdot \varphi_2$$

Уравнение Лагранжа:

$$m_2 \cdot a^2 \cdot \ddot{\varphi}_2 + \frac{a}{2} \cdot m_2 \cdot \ddot{h} + (c_2 + 4c_3) \cdot a^2 \cdot \varphi_2 = 0$$

Подставим в это уравнение: $\ddot{h} = -H\omega^2 \cdot \sin \omega t$

$$c_2 + 4c_3 = m_2 k^2$$

$$m_2 \cdot a^2 \cdot \ddot{\varphi}_2 + m_2 k^2 \cdot a^2 \varphi_2 = \frac{a}{2} m_2 \cdot H\omega^2 \sin \omega t$$

Общее решение однородного уравнения: $A \sin kt$

Частное решение неоднородного уравнения ищем в виде: $\varphi_2 = B_2 \cdot \sin \omega t$, $\ddot{\varphi}_2 = -B_2 \cdot \omega^2 \sin \omega t$

$$-\frac{m}{2} a^2 \cdot B_2 \omega^2 \cancel{\sin \omega t} + \frac{m}{2} k^2 \cdot a^2 \cdot B_2 \cancel{\sin \omega t} = \frac{a}{2} \frac{m}{2} \cdot H \omega^2 \cancel{\sin \omega t}$$

$$-a \cdot B_2 \cdot \omega^2 + k^2 \cdot a \cdot B_2 = \frac{\cancel{a}}{2} \cdot H \cdot \omega^2 \; ; \quad B_2 \cdot a \left(k^2 - \omega^2\right) = \frac{H \cdot \omega^2}{2}$$

$$\frac{B_2}{H} = \frac{\omega^2}{2 \cdot (k^2 - \omega^2) \cdot a}$$

Элемент располагается на расстоянии r от опоры:

$$a_{эл} = r \cdot \ddot{\varphi} + \ddot{h} \; ; \quad a_{вибр} = \ddot{h} \; ; \quad K_g = \frac{a_{эл}}{a_{вибр}}$$

$$K_g = \frac{r \cdot \ddot{\varphi}}{\ddot{h}} + 1 \; ; \quad \ddot{h} = -H \cdot \omega^2 \sin \omega t \Rightarrow K_g = \frac{B_2}{H} \cdot r + 1$$

Необходимо, чтобы $K_g < [K_g] = \frac{[n]}{n_б} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

$$\left| \frac{\omega^2 \cdot r}{2 \cdot (k^2 - \omega^2) \cdot a} + 1 \right| < [K_g]$$

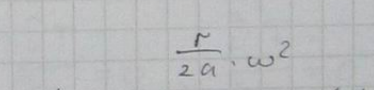
$$-[K_g] < 1 - \frac{\frac{r}{2a} \cdot \omega^2}{\omega^2 - k^2} < [K_g] \; ; \quad 1 - [K_g] < \frac{\frac{r}{2a} \cdot \omega^2}{\omega^2 - k^2} < 1 + [K_g]$$

$$\frac{\frac{r}{2a}}{1 + [K_g]} < \frac{\omega^2 - k^2}{\omega^2} < \frac{\frac{r}{2a}}{1 - [K_g]} \; ; \quad \frac{\frac{r}{2a}}{1 + [K_g]} < 1 - \frac{k^2}{\omega^2} < \frac{\frac{r}{2a}}{1 + [K_g]}$$

$$1 - \frac{\frac{r}{2a}}{1 - [K_g]} < \frac{k^2}{\omega^2} < 1 - \frac{\frac{r}{2a}}{1 + [K_g]}$$

Соотношение $1 - \frac{\frac{r}{2a}}{1 - [K_g]} < \frac{k^2}{\omega^2}$ выполняется автоматически

$$k_2^2 < \omega_1^2 \cdot \left(1 - \frac{\frac{r}{2a}}{1 + [K_g]}\right)$$



$$k_2 < \omega_1 \cdot \sqrt{1 - \frac{\frac{r}{2a}}{1+[k_g]}}, \quad \omega_1 = 2\pi f_1, \quad \omega_2 = 2\pi \cdot f_2$$

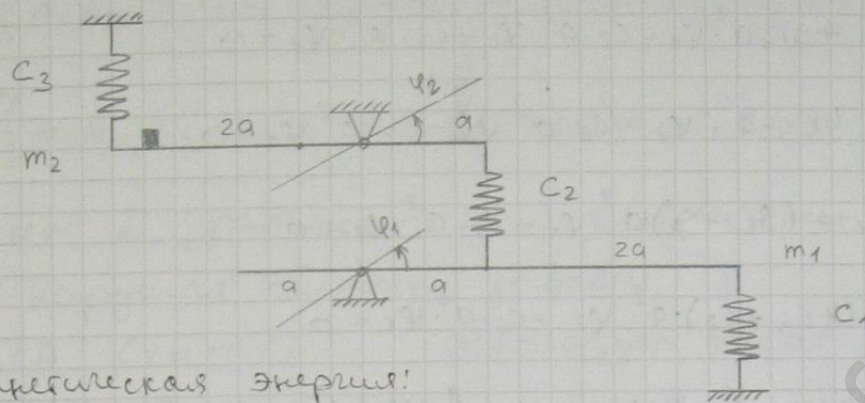
$$k_2 < 2\cdot\pi\cdot 150\cdot\sqrt{1 - \frac{\frac{0{,}20}{2\cdot 0{,}1}}{1+\frac{1}{4}}} \simeq 420 \left(\cancel{\text{Гц}}\right) \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}}\right)$$

Эмпирически: $k_1 = \frac{1}{2} k_2 = 210 \left(\cancel{\text{Гц}}\right) \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}}\right)$

В итоге, собственные частоты:

$$k_1 = 210\ \cancel{\text{Гц}} \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}}\right), \quad k_2 = 420\ \cancel{\text{Гц}} \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}}\right)$$

II Определение жёсткостей амортизаторов



Кинетическая энергия:

$$T = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{J_1 \omega_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} + \frac{J_2 \omega_2^2}{2}$$

$$\omega_1 = \dot{\varphi}_1, \quad \omega_2 = \dot{\varphi}_2, \quad v_1 = a\cdot\dot{\varphi}_1, \quad v_2 = 0{,}5\,a\cdot\dot{\varphi}_2$$

$$J_1 = \frac{m_1 l_1^2}{12} = \frac{m_1\cdot(4a)^2}{12} = \frac{4}{3} m_1 a^2, \quad J_2 = \frac{m_2 l_2^2}{12} = \frac{m_2\cdot(3a)^2}{12} = \frac{3}{4} m_2\cdot a^2$$

$$T = \frac{1}{2}\cdot m_1\cdot a^2\cdot\dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3} m_1 a^2\cdot\dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} m_2\cdot\frac{1}{4} a^2\cdot\dot{\varphi}_2^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4} m_2\cdot a^2\cdot\dot{\varphi}_2^2 =$$

$$= \frac{7}{6} m_1 a^2\cdot\dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} m_2\cdot a^2\cdot\dot{\varphi}_2^2$$

$$\frac{\partial T}{\partial\dot{\varphi}_1} = \frac{7}{3} m_1 a^2\cdot\dot{\varphi}_1; \quad \frac{\partial T}{\partial\dot{\varphi}_2} = m_2 a^2\dot{\varphi}_2; \quad \frac{\partial T}{\partial\varphi_1} = 0; \quad \frac{\partial T}{\partial\varphi_2} = 0$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial\dot{\varphi}_1}\right) = \frac{7}{3} m_1 a^2\ddot{\varphi}_1; \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial\dot{\varphi}_2}\right) = m_2\cdot a^2\cdot\ddot{\varphi}_2$$

Потенциальная энергия:

$$П = \frac{1}{2} c_1\cdot\lambda_1^2 + \frac{1}{2} c_2\cdot\lambda_2^2 + \frac{1}{2} c_3 + \lambda_3^2$$

$$\lambda_1 = 3a\cdot\varphi_1; \quad \lambda_2 = a\cdot\varphi_2 - a\cdot\varphi_1; \quad \lambda_3 = 2a\cdot\varphi_2$$

$$П = \frac{1}{2} c_1\cdot 9a^2\cdot\varphi_1^2 + \frac{1}{2}\cdot c_2\cdot a^2(\varphi_2-\varphi_1)^2 + \frac{1}{2} c_3\cdot 4\cdot a^2\cdot\varphi_2^2$$

$$\frac{\partial П}{\partial\varphi_1} = 9c_1\cdot a^2\cdot\varphi_1 - c_2\cdot a^2\cdot(\varphi_2-\varphi_1); \quad \frac{\partial П}{\partial\varphi_2} = 4\cdot c_3\cdot a^2\cdot\varphi_2 + c_2\cdot a^2(\varphi_2-\varphi_1)$$

Уравнения Лагранжа

$$\begin{cases} \frac{7}{3} m_1 \cdot a^2 \cdot \ddot{\varphi}_1 + 9c_1 a^2 \cdot \varphi_1 - c_2 \cdot a^2 \cdot \varphi_2 + c_2 \cdot a^2 \cdot \varphi_1 = 0 \\ m_2 \cdot a^2 \cdot \ddot{\varphi}_2 + 4c_3 \cdot a^2 \cdot \varphi_2 + c_2 \cdot a^2 \cdot \varphi_2 - c_2 \cdot a^2 \cdot \varphi_1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{7}{3} m_1 \cdot a^2 \cdot \ddot{\varphi}_1 + (9c_1 + c_2) a^2 \cdot \varphi_1 - c_2 \cdot a^2 \cdot \varphi_2 = 0 \\ m_2 \cdot a^2 \cdot \ddot{\varphi}_2 + (4c_3 + c_2) \cdot a^2 \cdot \varphi_2 - c_2 \cdot a^2 \cdot \varphi_1 = 0 \end{cases}$$

Ищем решение в виде: $\varphi_1 = A_1 \sin kt$, $\varphi_2 = A_2 \cdot \sin kt$

$$\ddot{\varphi}_1 = -A_1 k^2 \sin kt \; ; \; \ddot{\varphi}_2 = -A_2 k^2 \sin kt$$

$$\begin{cases} -\frac{7}{3} m_1 \cancel{a^2} \cdot A_1 k^2 \cdot \cancel{\sin kt} + (9c_1 + c_2) \cancel{a^2} \cdot A_1 \cdot \cancel{\sin kt} - c_2 \cdot \cancel{a^2} A_2 \cdot \cancel{\sin kt} = 0 \\ -m_2 \cdot \cancel{a^2} \cdot A_2 \cdot k^2 \cdot \cancel{\sin kt} + (4c_3 + c_2) \cancel{a^2} \cdot A_2 \cdot \cancel{\sin kt} - c_2 \cdot \cancel{a^2} \cdot A_1 \cancel{\sin kt} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\frac{7}{3} \cdot m_1 \cdot A_1 k^2 + (9c_1 + c_2) A_1 - c_2 \cdot A_2 = 0 \\ -m_2 \cdot A_2 \cdot k^2 + (4c_3 + c_2) A_2 - c_2 \cdot A_1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A_1 \left(-\frac{7}{3} m_1 k^2 + 9c_1 + c_2\right) - A_2 \cdot c_2 = 0 \\ -A_1 \cdot c_2 + A_2 \left(-m_2 k^2 + 4c_3 + c_2\right) = 0 \end{cases}$$

Для $\exists$ ненулевого решения $\det = 0$

$$\left(-\frac{7}{3} m_1 k^2 + 9c_1 + c_2\right)\left(-m_2 k^2 + 4c_3 + c_2\right) - c_2^2 = 0$$

$$k^4 \cdot \frac{7}{3} m_1 m_2 - k^2 \left(\frac{7}{3} m_1 (4c_3 + c_2) + m_2 (9c_1 + c_2)\right) + 4c_3 (c_2 + 9c_1) + 9c_1 \cdot c_2 = 0$$

Воспользуемся теоремой Виета:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} a(x_1 + x_2) = -b \\ a \cdot x_1 \cdot x_2 = c \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{7}{3} m_1 m_2 \cdot (k_1^2 + k_2^2) = \frac{7}{3} m_1 (4c_3 + c_2) + m_2 (9c_1 + c_2) & (1) \\ \frac{7}{3} m_1 m_2 \cdot k_1^2 \cdot k_2^2 = 4c_3 (c_2 + 9c_1) + 9c_1 \cdot c_2 = 0 & (2) \end{cases}$$

Имеем 2 уравнения и 3 неизвестных (c_1, c_2, c_3)

Не нарушая общности задачи:

пусть $c_1 = \alpha \cdot c_2$; используем также $k_2 = 2 \cdot k_1$

Выразим $4c_3$ из (1)

$$4 \cdot c_3 = m_2 (k_1^2 + k_2^2) - c_2 - \frac{3}{7} \frac{m_2}{m_1} (9 \cdot c_1 + c_2)$$

Подставим это выражение в (2)

$$\frac{7}{3} m_1 m_2 \cdot k_1^2 \cdot k_2^2 = \left(m_2 (k_1^2 + k_2^2) - c_2 - \frac{3}{7} \frac{m_2}{m_1} (9c_1 + c_2) \right) (c_2 + 9c_1) + 9c_1 c_2 = 0$$

$$\frac{7}{3} \cdot m_1 \cdot m_2 \cdot 4k_1^4 = c_2 (9\alpha + 1) \cdot \left[5 m_2 k_1^2 - c_2 - \frac{3}{7} \frac{m_2}{m_1} \cdot c_2 (9\alpha + 1) \right] + 9\alpha c_2^2$$

Заменим $9\alpha + 1 = z$, $9\alpha = z - 1$

$$\frac{7}{3} m_1 \cdot m_2 \cdot 4k_1^4 = c_2 \cdot z \left[5 m_2 k_1^2 - c_2 - \frac{3}{7} \cdot \frac{m_2}{m_1} \cdot c_2 \cdot z \right] + (z - 1) c_2^2$$

$$c_2^2 \left(1 + z^2 \cdot \frac{3}{7} \frac{m_2}{m_1} \right) - c_2 \cdot z \cdot 5 m_2 \cdot k_1^2 + \frac{28}{3} m_1 m_2 \cdot k_1^4 = 0$$

Дискриминант должен быть больше нуля

$$D = 25 z^2 \cdot m_2^2 \cdot k_1^4 - 4 \cdot \frac{28}{3} m_1 m_2 \cdot k_1^4 \left(1 + z^2 \cdot \frac{3}{7} \frac{m_2}{m_1} \right) =$$

$$= 9 z^2 \cdot m_2^2 \cdot k_1^4 - \frac{112}{3} m_1 m_2 k_1^4 \geq 0$$

$$9 z^2 \cdot m_2^{\cancel{2}} \cdot \cancel{k_1^4} \geq \frac{112}{3} m_1 \cancel{m_2} \cancel{k_1^4}$$

$$z^2 \geq \frac{112}{27} \frac{m_1}{m_2}$$

$$z \geq \sqrt{\frac{112}{27}\frac{m_1}{m_2}} \Rightarrow 9\alpha+1 \geq \sqrt{\frac{112\, m_1}{27\, m_2}}$$

$$\alpha \geq \frac{\sqrt{\frac{112\, m_1}{27\, m_2}} - 1}{9}$$

$\alpha \geq 0{,}9$

Выражение для c_3:

$$c_3 = \frac{1}{4}\left[5 m_2 \cdot k_1^2 - c_2 - c_2 \frac{3}{7}\frac{m_2}{m_1}(9\alpha+1)\right]$$

Пусть $\alpha = 50$, $\sqrt{D} = 8{,}948 \cdot 10^6$

Решаем полученное квадратное уравнение:

$$c_2 = \frac{5z \cdot m_2 \cdot k_1^2 \pm \sqrt{9 \cdot z^2 \cdot m_2^2 \cdot k_1^4 - \frac{112}{3} m_1 m_2 \cdot k_1^4}}{2 \cdot \left(1 + z^2 \cdot \frac{3}{7}\frac{m_2}{m_1}\right)}$$

1) $c_2 = 2737\ \frac{Н}{м}$

$c_1 = 136900\ \frac{Н}{м}$

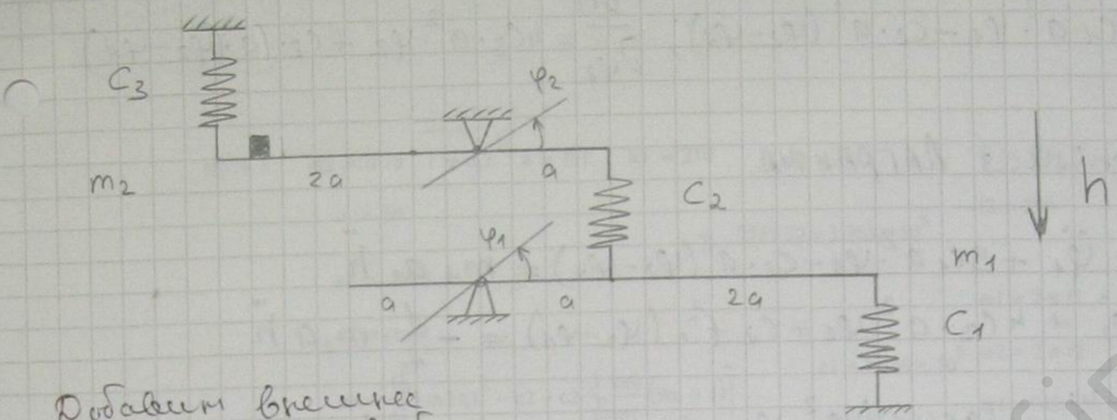
$c_3 = 971\ \frac{Н}{м}$

2) $c_2 = 685\ \frac{Н}{м}$

$c_1 = 34250\ \frac{Н}{м}$

$c_3 = 6442\ \frac{Н}{м}$

III Проверочный расчёт



Добавим внешнее кинематическое возбуждение

$h = H \cdot \sin \omega t$

Кинетическая энергия:

$$T = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{J_1 \omega_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2} + \frac{J_2 \omega_2^2}{2}$$

$\omega_1 = \dot\varphi_1$, $\omega_2 = \dot\varphi_2$, $v_1' = \dot\varphi_1 \cdot a - \dot h$, $v_2' = 0{,}5 \cdot a \cdot \dot\varphi_2 + \dot h$

$$J_1 = \frac{m_1 l_1^2}{12} = \frac{4}{3} m_1 a^2 \; ; \quad J_2 = \frac{m_2 l_2^2}{12} = \frac{3}{4} m_2 a^2$$

$$T = \frac{1}{2} m_1 \cdot (\dot\varphi_1 \cdot a - \dot h)^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} m_1 a^2 \cdot \dot\varphi_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot (0{,}5a \cdot \dot\varphi_2 + \dot h)^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} m_2 \cdot a^2 \cdot \dot\varphi_2^2$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot\varphi_1} = m_1 \cdot (\dot\varphi_1 \cdot a - \dot h) \cdot a + \frac{4}{3} m_1 a^2 \cdot \dot\varphi_1 = \frac{7}{3} m_1 a^2 \cdot \dot\varphi_1 - m_1 a \cdot \dot h$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot\varphi_2} = m_2 \cdot (0{,}5 a \dot\varphi_2 + \dot h) \cdot 0{,}5 a + \frac{3}{4} m_2 \cdot a^2 \cdot \dot\varphi_2 = m_2 a^2 \cdot \dot\varphi_2 + \frac{1}{2} m \cdot a \cdot \dot h$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot\varphi_1}\right) = \frac{7}{3} m_1 a^2 \cdot \ddot\varphi_1 - m_1 \cdot a \cdot \ddot h \; ;$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot\varphi_2}\right) = m_2 a^2 \cdot \ddot\varphi_2 + \frac{1}{2} m \cdot a \cdot \ddot h$$

Потенциальная энергия:

$$П = \frac{1}{2} c_1 \lambda_1^2 + \frac{1}{2} c_2 \cdot \lambda_2^2 + \frac{1}{2} c_3 \cdot \lambda_3^2$$

$\lambda_1 = 3 \cdot a \cdot \varphi_1$; $\lambda_2 = a \cdot \varphi_2 - a \cdot \varphi_1$; $\lambda_3 = 2 \cdot a \cdot \varphi_2$

$$\Pi=\frac{1}{2}c_1\cdot 9a^2\cdot\varphi_1^2+\frac{1}{2}c_2\cdot a^2(\varphi_2-\varphi_1)^2+\frac{1}{2}c_3\cdot 4a^2\cdot\varphi_2^2$$

$$\frac{\partial\Pi}{\partial\varphi_1}=9c_1\cdot a^2\cdot\varphi_1-c_2\cdot a^2\cdot(\varphi_2-\varphi_1);\quad \frac{\partial\Pi}{\partial\varphi_2}=4c_3\cdot a^2\cdot\varphi_2+c_2\cdot a^2(\varphi_2-\varphi_1)$$

Уравнения ЛАГРАНЖА

$$\begin{cases}\frac{7}{3}m_1a^2\cdot\ddot\varphi_1+9c_1a^2\cdot\varphi_1-c_2\cdot a^2(\varphi_2-\varphi_1)=m_1a\cdot\ddot h\\ m_2a^2\ddot\varphi_2+4c_3\cdot a^2\cdot\varphi_2+c_2a^2\cdot(\varphi_2-\varphi_1)=-\frac{1}{2}\cdot m_2a\ddot h\end{cases}$$

$$\begin{cases}\frac{7}{3}m_1a^2\cdot\ddot\varphi_1+(9c_1+c_2)a^2\cdot\varphi_1-c_2\cdot a^2\varphi_2=m_1\cdot a\cdot\ddot h\\ m_2\cdot a^2\cdot\ddot\varphi_2+(4c_3+c_2)\cdot a^2\cdot\varphi_2-c_2\cdot a^2\cdot\varphi_1=-\frac{1}{2}m_2a\cdot\ddot h\end{cases}$$

Ищем решение в виде: $\varphi_1=B_1\sin\omega t$, $\varphi_2=B_2\cdot\sin\omega t$

$\ddot\varphi_1=-B_1\cdot\omega^2\cdot\sin\omega t$; $\ddot\varphi_2=-B_2\cdot\omega^2\cdot\sin\omega t$

Учитываем, что $h=H\cdot\sin\omega t$, $\ddot h=-H\cdot\omega^2\cdot\sin\omega t$

$$\begin{cases}-\frac{7}{3}m_1\cdot a^2\cdot B_1\cdot\omega^2\cdot\cancel{\sin\omega t}+(9c_1+c_2)\cdot a^2\cdot B_1\cdot\cancel{\sin\omega t}-c_2\cdot a^2\cdot B_2\cdot\cancel{\sin\omega t}=-m_1a\omega^2H\cancel{\sin\omega t}\\ -m_2a^2\cdot B_2\cdot\omega^2\cdot\cancel{\sin\omega t}+(4c_3+c_2)\cdot a^2\cdot B_2\cdot\cancel{\sin\omega t}-c_2\cdot a^2\cdot B_1\cdot\cancel{\sin\omega t}=\frac{1}{2}m_2a\cdot H\omega^2\cancel{\sin\omega t}\end{cases}$$

Разделим на $a^2\cdot H$

$$\begin{cases}\frac{B_1}{H}\left(-\frac{7}{3}m_1\omega^2+9c_1+c_2\right)-c_2\frac{B_2}{H}=-\frac{m_1\omega^2}{a}\\ -\frac{B_1}{H}\cdot c_2+\frac{B_2}{H}\left(-m_2\cdot\omega^2+4c_3+c_2\right)=\frac{m_2\cdot\omega^2}{2a}\end{cases}$$

По правилу Крамера:

$$\frac{B_2}{H}=\frac{\frac{m_2\cdot\omega^2}{2a}\left(-\frac{7}{3}m_1\omega^2+9c_1+c_2\right)-\frac{m_1\omega^2}{a}\cdot c_2}{\left(-\frac{7}{3}m_1\omega^2+9c_1+c_2\right)\left(-m_2\omega^2+4c_3+c_2\right)-c_2^2}$$

$m1 := 3 \quad m2 := 0.15 \quad r := 0.2 \quad a := 0.1 \quad k1 := 210$ $\qquad f1 := 150$

$\alpha := 50$ $\qquad f2 := 250$

$2737 \cdot 50 = 1.369 \times 10^{5}$

$c2 := 2737$ $\qquad \omega 1 := 2 \cdot \pi \cdot f1$

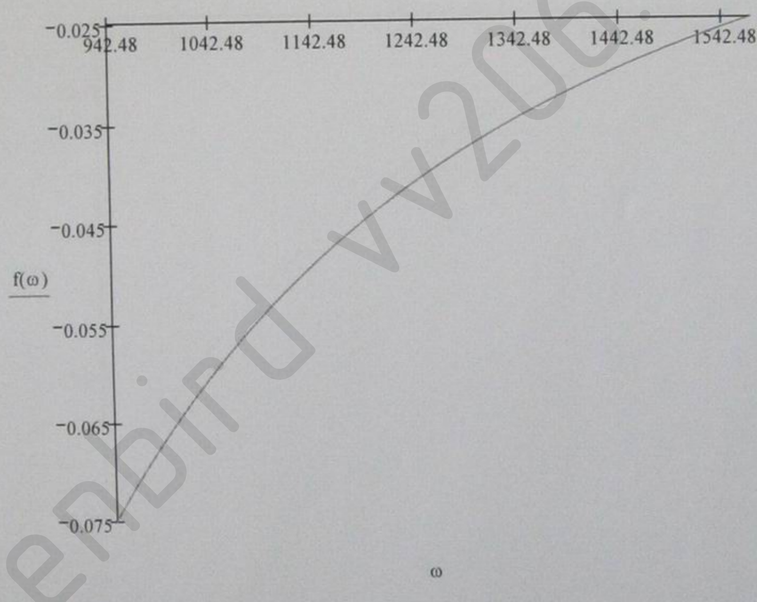
$c1 := \alpha \cdot c2$ $\qquad \omega 2 := 2 \cdot \pi \cdot f2$

$$c3 := \frac{1}{4}\left[5 \cdot m2 \cdot k1^{2} - c2 - c2 \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{m2}{m1} \cdot (9\alpha + 1)\right]$$

$c1 = 1.369 \times 10^{5}$ $\qquad \omega 1 = 942.478$

$c3 = 971.713$ $\qquad \omega 2 = 1.571 \times 10$

$$f(\omega) := \frac{\frac{m2 \cdot \omega^{2}}{2 \cdot a} \cdot \left(\frac{-7}{3} \cdot m1 \cdot \omega^{2} + 9 \cdot c1 + c2\right) - \frac{m1 \cdot \omega^{2}}{a} \cdot c2}{\left(\frac{-7}{3} \cdot m1 \cdot \omega^{2} + 9 \cdot c1 + c2\right) \cdot \left(-m2 \cdot \omega^{2} + 4 \cdot c3 + c2\right) - c2^{2}} \cdot r + 1$$



$m1 := 3 \quad m2 := 0.15 \quad r := 0.2 \quad a := 0.1 \quad k1 := 210$

$f1 := 150$

$\alpha := 50$

$f2 := 250$

$2737 \cdot 50 = 1.369 \times 10^5$

$c2 := 685$

$\omega 1 := 2 \cdot \pi \cdot f1$

$c1 := \alpha \cdot c2$

$c1 = 3.425 \times 10^4$

$\omega 2 := 2 \cdot \pi \cdot f2$

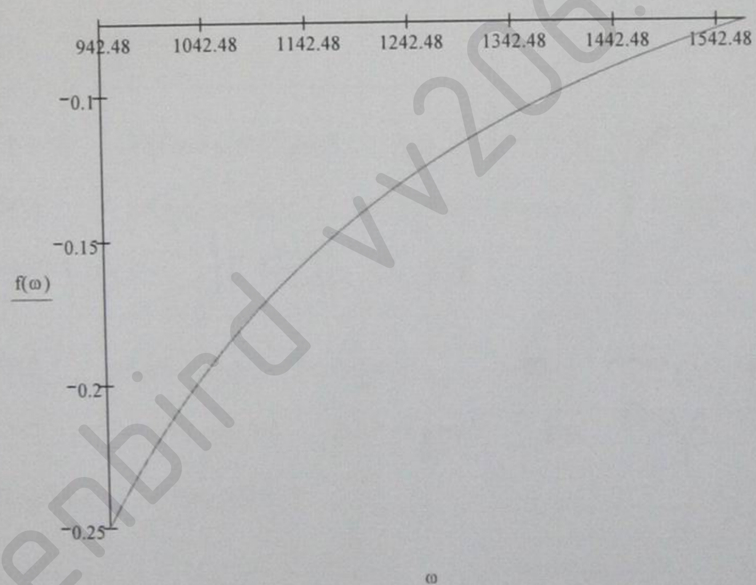
$$c3 := \frac{1}{4}\left[5 \cdot m2 \cdot k1^2 - c2 - c2 \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{m2}{m1} \cdot (9\alpha + 1)\right]$$

$c3 = 6.442 \times 10^3$

$\omega 1 = 942.478$

$\omega 2 = 1.571 \times 10$

$$f(\omega) := \frac{\frac{m2 \cdot \omega^2}{2 \cdot a} \cdot \left(\frac{-7}{3} \cdot m1 \cdot \omega^2 + 9 \cdot c1 + c2\right) - \frac{m1 \cdot \omega^2}{a} \cdot c2}{\left(\frac{-7}{3} \cdot m1 \cdot \omega^2 + 9 \cdot c1 + c2\right) \cdot \left(-m2 \cdot \omega^2 + 4 \cdot c3 + c2\right) - c2^2} \cdot r + 1$$



7. Вывод

В ходе работы удалось вычислить собственные частоты системы и рассчитать жёсткости амортизаторов.

Как видно из графиков, на заданном диапазоне частот удаётся снизить нагрузку до допустимого значения.

Предпочтительней выбрать жёсткости
$c_2 = 2737 \frac{Н}{м}$, $c_1 = 136900 \frac{Н}{м}$, $c_3 = 972 \frac{Н}{м}$
т.к. в этом случае снижение нагрузки гораздо лучше.

Снижение происходит до $|K_g| = 0{,}075$, тогда как предельно допустимый коэффициент динамичности $|[K_g]| = 0{,}25$.

В итоге, можно сказать, что полученная система хорошо снижает нагрузку на РЭА на всём диапазоне частот.

8. Библиографический список

1. Емельянов, Окунькова, Титов, „Проектирование систем защиты РЭА от механических воздействий"

2. Тарг С. М. „Краткий курс теоретической механики".