

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ**

**ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ИНСТИТУТ РАДИОТЕХНИКИ,  
ЭЛЕКТРОНИКИ И АВТОМАТИКИ (ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»**

**КАФЕДРА ТЕХНИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ**

**Курсовой проект**

по теме

**«Проектирование систем защиты РЭА  
от механических воздействий»**

Выполнил  
студент группы ВВ-2-06  
Котомин Иван  
(шифр ВВ-21-06/036)

Преподаватель  
Крюкова И.В.

МОСКВА 2008

## Содержание

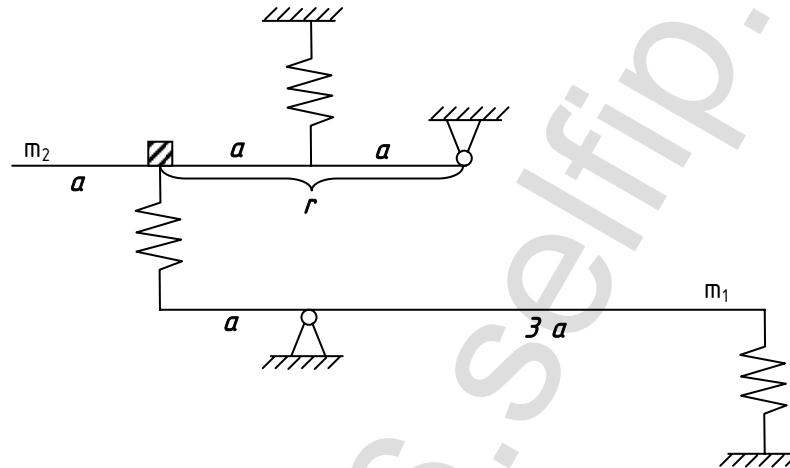
Техническое задание .....	3
Введение .....	4
Расчетная часть .....	5
I. Выбор собственных частот .....	5
1. Парциальная схема .....	5
2. Схема с кинематическим воздействием .....	6
II. Определение жесткостей амортизаторов .....	8
III. Проверочный расчет .....	12
Вывод .....	13
Литература .....	14



## Техническое задание

Для заданной системы амортизации подобрать жесткости пружин, снижающих нагрузку до допустимых пределов.

Сделать проверочный расчет, построить АЧХ.



Параметры системы:

$$\begin{aligned} a &= 0,1 \text{ м} \\ m_1 &= 4 \text{ кг} \\ m_2 &= 0,2 \text{ кг} \\ n_b &= 10 \\ [n] &= 4 \\ r &= 0,2 \text{ м} \\ f_1 &= 80 \text{ Гц} \\ f_2 &= 120 \text{ Гц} \end{aligned}$$

## Введение

В настоящее время радиоэлектронная аппаратура имеет широчайшее распространение в системах управления и сбора информации на различных транспортных средствах. В таких условиях ее применение сопряжено с различными механическими воздействиями, связанными, к примеру, с движением транспорта или изменением режима движения (остановка, изменение направления и т.д.), а также работой двигателя. Такие воздействия, обычно носящие периодический характер, называют вибрациями.

Эти воздействия при определенных условиях могут стать причиной сбоев в работе оборудования или его выхода из строя. Поэтому важной задачей является разработка систем, снижающих внешние воздействия на аппаратуру до допустимых для нормальной работы пределов.

Все виды механических воздействий характеризуются *перегрузкой*. Перегрузка в любой момент времени не должна превышать допустимых значений.

*Вибрационной перегрузкой* называют отношение максимального ускорения, возникающего при вибрации, к ускорению свободного падения:

$$n = \frac{a}{g}$$

*Амортизация* – система упругих опор, на которые устанавливается объект для защиты от внешних динамических воздействий. Амортизация – наиболее распространенный метод защиты РЭА от механических воздействий.

*Коэффициент динамичности* – величина, равная отношению ускорения элемента к ускорению борта.

$$K_{\partial} = \frac{a_{\text{эл}}}{a_{\text{борт}}} = \frac{n_{\text{эл}}}{n_{\text{борт}}}$$

*Допустимый коэффициент динамичности* определяется как  $[K_{\partial}] = \frac{[n]}{n_{\text{г}}}$ . Для выполнения амортизации необходимо, чтобы  $K_{\partial} < [K_{\partial}]$ .

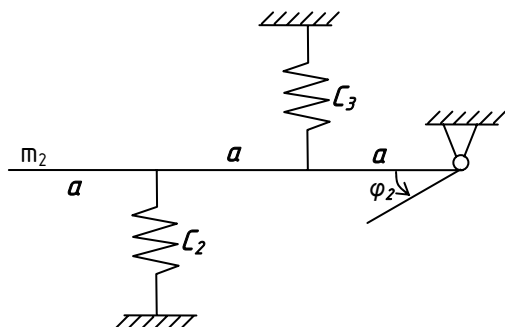
Используемый метод расчета – метод отстройки от собственных частот. Он заключается в выборе собственных частот таким образом, чтобы  $n$  была снижена до допустимых пределов. Затем эти частоты являются основой для расчета величин жесткости амортизаторов.

## Расчетная часть

### I. Выбор собственных частот

#### 1. Парциальная схема

Рассмотрим парциальную схему – верхнюю часть системы.



Составим для системы уравнение движения (Лагранжа 2-го рода).

Рассматриваемое движение – плоскопараллельное.

Для составления уравнения Лагранжа, найдем кинетическую энергию:

$$T = \frac{m_2 v_2^2}{2} + \frac{J_2 \omega_2^2}{2}$$

$$\omega_2 = \dot{\varphi}_2; \quad v_2 = \dot{\varphi}_2 \cdot \frac{3}{2}a; \quad J_2 = \frac{m l^2}{12} = \frac{3}{4} m_2 a^2$$

$$T = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{9}{4} m_2 a^2 \dot{\varphi}_2^2 + \frac{3}{4} m_2 a^2 \dot{\varphi}_2^2 \right) = \frac{1}{2} \cdot 3 m_2 a^2 \dot{\varphi}_2^2$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_2} = 3 m_2 a^2 \dot{\varphi}_2; \quad \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_2} \right) = 3 m_2 a^2 \ddot{\varphi}_2; \quad \frac{\partial T}{\partial \varphi_2} = 0$$

Далее, найдем потенциальную энергию:

$$\Pi = \frac{1}{2} \lambda_2^2 C_2 + \frac{1}{2} \lambda_3^2 C_3$$

$$\lambda_2 = -2a \cdot \varphi_2, \text{ т.к. пружина сжимается}$$

$$\lambda_3 = a \cdot \varphi_2, \text{ т.к. пружина растягивается.}$$

Отсюда

$$\Pi = 2a^2 \varphi_2^2 C_2 + \frac{1}{2} a^2 \varphi_2^2 C_3$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_2} = 4a^2 \varphi_2 C_2 + a^2 \varphi_2 C_3 = a^2 \varphi_2 \cdot (4C_2 + C_3)$$

Составим уравнение Лагранжа. В общем виде оно представимо как

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_2} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_2} + \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_2} = 0$$

Имеем:

$$3m_2 a^2 \ddot{\varphi}_2 + (4C_2 + C_3) \cdot a^2 \varphi_2 = 0 \quad | : a^2$$

$$3m_2 \ddot{\varphi}_2 + (4C_2 + C_3) \cdot \varphi_2 = 0$$

Решение ищем в виде  $\varphi_2 = A_2 \sin kt$ ;  $\ddot{\varphi}_2 = -A_2 k^2 \sin kt$ .

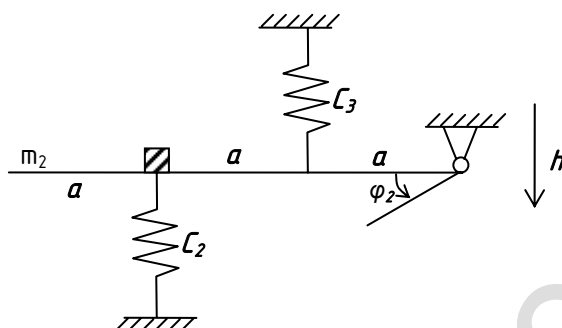
Получим:

$$-A_2 k^2 \sin kt \cdot 3m_2 + A_2 \sin kt \cdot (4C_2 + C_3) = 0 \quad | : A_2 \sin kt$$

$$4C_2 + C_3 = 3m_2 k^2$$

## 2. Схема с кинематическим воздействием

Рассмотрим систему с внешним кинематическим воздействием  $h = H \cdot \sin \omega t$ .



Найдем кинетическую энергию:

$$T = \frac{m_2 v_2^2}{2} + \frac{J_2 \omega_2^2}{2}$$

$$\omega_2 = \dot{\varphi}_2; \quad v_2' = \frac{3}{2} a \dot{\varphi}_2 + \dot{h}; \quad J_2 = \frac{3}{4} m_2 a^2$$

$$T = \frac{1}{2} \cdot \left( m_2 \cdot \left( \frac{3}{2} a \dot{\varphi}_2 + \dot{h} \right)^2 + \frac{3}{4} m_2 a^2 \dot{\varphi}_2^2 \right)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_2} = \frac{3}{2} a \cdot m_2 \cdot \left( \frac{3}{2} a \dot{\varphi}_2 + \dot{h} \right) + \frac{3}{4} m_2 a^2 \dot{\varphi}_2 = 3m_2 a^2 \dot{\varphi}_2 + \frac{3}{2} m_2 a \dot{h}; \quad \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_2} \right) = 3m_2 a^2 \ddot{\varphi}_2 + \frac{3}{2} m_2 a \ddot{h}$$

Потенциальная энергия такая же, как и в предыдущем случае:

$$П = 2a^2 \varphi_2^2 C_2 + \frac{1}{2} a^2 \varphi_2^2 C_3$$

$$\frac{\partial П}{\partial \varphi_2} = 4a^2 \varphi_2 C_2 + a^2 \varphi_2 C_3 = a^2 \varphi_2 \cdot (4C_2 + C_3)$$

Составим уравнение Лагранжа.

$$3m_2 a^2 \ddot{\varphi}_2 + \frac{3}{2} m_2 a \ddot{h} + a^2 \varphi_2 \cdot (4C_2 + C_3) = 0$$

С учетом того, что  $\ddot{h} = -H \omega^2 \sin \omega t$ ;  $4C_2 + C_3 = 3m_2 k^2$ , получим:

$$3m_2 a^2 \ddot{\varphi}_2 + 3m_2 k^2 \cdot a^2 \varphi_2 = \frac{3}{2} H \omega^2 a m_2 \cdot \sin \omega t \quad | : 3$$

$$m_2 a^2 \ddot{\varphi}_2 + m_2 k^2 \cdot a^2 \varphi_2 = \frac{1}{2} H \omega^2 a m_2 \cdot \sin \omega t$$

Общее решение однородного уравнения:  $A \sin kt$

Частные решения неоднородного уравнения ищем в виде

$$\varphi_2 = B_2 \sin \omega t; \quad \ddot{\varphi}_2 = -B_2 \omega^2 \sin \omega t.$$

$$-B_2 \omega^2 \sin \omega t \cdot m_2 a^2 + B_2 \sin \omega t \cdot m_2 k^2 \cdot a^2 = \frac{1}{2} H \omega^2 a m_2 \sin \omega t \quad | : a m_2 \sin \omega t$$

$$k^2 a B_2 - \omega^2 a B_2 = \frac{1}{2} H \omega^2$$

$$B_2 a \cdot (k^2 - \omega^2) = \frac{H \omega^2}{2}$$

Получим:

$$\frac{B_2}{H} = \frac{\omega^2}{2a \cdot (k^2 - \omega^2)}$$

Так как элемент расположен на расстоянии  $r$  от опоры, то  $a_{эл} = r \cdot \ddot{\varphi} + \ddot{h}$ .

По определению,  $K_o = \frac{a_{эл}}{a_{вибр}}$ , и  $a_{вибр} = \ddot{h}$ . Получим

$$K_o = \frac{a_{эл}}{a_{вибр}} = \frac{r \cdot \ddot{\varphi} + \ddot{h}}{\ddot{h}} = \frac{r \cdot \ddot{\varphi}}{\ddot{h}} + 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow K_o = \frac{r \cdot \ddot{\varphi}}{\ddot{h}} + 1 = \frac{B_2}{H} \cdot r + 1$$

Для амортизации необходимо выполнение  $K_o < [K_o] = \frac{[n]}{n_e} = 0,4$ .

Итак,

$$\left| \frac{\omega^2 r}{2a \cdot (k^2 - \omega^2)} + 1 \right| < [K_o]$$

$$-[K_o] < 1 - \frac{2a}{\omega^2 - k^2} < [K_o]$$

$$1 - [K_o] < \frac{2a}{\omega^2 - k^2} < 1 + [K_o]$$

$$\frac{\frac{r}{2a}}{1+[K_0]} < \frac{\omega^2 - k^2}{\omega^2} < \frac{\frac{r}{2a}}{1-[K_0]}$$

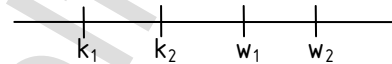
$$\frac{\frac{r}{2a}}{1-[K_0]} < 1 - \frac{k^2}{\omega^2} < \frac{\frac{r}{2a}}{1+[K_0]}$$

$$1 - \frac{\frac{r}{2a}}{1-[K_0]} < \frac{k^2}{\omega^2} < 1 - \frac{\frac{r}{2a}}{1+[K_0]}$$

Левая часть неравенства выполняется всегда, т.к. она меньше 0.

$$k_2^2 < \omega_1^2 \cdot \left( 1 - \frac{\frac{r}{2a}}{1+[K_0]} \right)$$

$$k_2 < \omega_1 \cdot \sqrt{1 - \frac{\frac{r}{2a}}{1+[K_0]}}$$



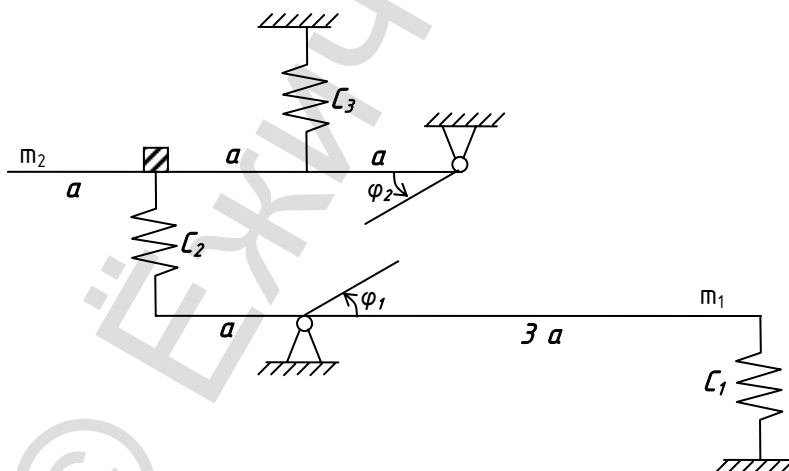
Получим:

$$k_2 = 260 \frac{\text{рад}}{c}$$

Эмпирически  $k_1 = \frac{k_2}{2}$ . Тогда  $k_1 = 130 \frac{\text{рад}}{c}$ .

Итак,  $k_1 = 130 \frac{\text{рад}}{c}$ ,  $k_2 = 260 \frac{\text{рад}}{c}$ .

## II. Определение жесткостей амортизаторов



Определим необходимые величины для составления уравнения Лагранжа.



Найдем кинетическую энергию:

$$T = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{J_1 \omega_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} + \frac{J_2 \omega_2^2}{2}$$

$$\omega_1 = \dot{\varphi}_1; \omega_2 = \dot{\varphi}_2;$$

$$v_1 = \dot{\varphi}_1 a; J_1 = \frac{m l^2}{12} = \frac{m_2 (4a)^2}{12} = \frac{4}{3} m_1 a^2$$

$$v_2 = \frac{3}{2} a \dot{\varphi}_2; J_2 = \frac{m l^2}{12} = \frac{m_2 (3a)^2}{12} = \frac{3}{4} m_2 a^2$$

$$T = \frac{1}{2} \cdot \left( m_1 a^2 \dot{\varphi}_1^2 + \frac{4}{3} m_1 a^2 \dot{\varphi}_1^2 + \frac{9}{4} m_2 a^2 \dot{\varphi}_2^2 + \frac{3}{4} m_2 a^2 \dot{\varphi}_2^2 \right) = \frac{1}{2} a^2 \left( \frac{7}{3} m_1 \dot{\varphi}_1^2 + 3 m_2 \dot{\varphi}_2^2 \right)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_1} = \frac{7}{3} m_1 a^2 \dot{\varphi}_1, \quad \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_1} \right) = \frac{7}{3} m_1 a^2 \ddot{\varphi}_1;$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_2} = 3 m_2 a^2 \dot{\varphi}_2, \quad \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_2} \right) = 3 m_2 a^2 \ddot{\varphi}_2;$$

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi_1} = \frac{\partial T}{\partial \varphi_2} = 0$$

Найдем потенциальную энергию:

$$П = \frac{1}{2} \lambda_1^2 C_1 + \frac{1}{2} \lambda_2^2 C_2 + \frac{1}{2} \lambda_3^2 C_3$$

Удлинения пружин:

$$\lambda_1 = 3a \cdot \varphi_1,$$

$$\lambda_2 = a \cdot \varphi_1 - 2a \cdot \varphi_2,$$

$$\lambda_3 = a \cdot \varphi_2.$$

Получим

$$П = \frac{1}{2} \left[ C_1 \varphi_1^2 \cdot 9a^2 + C_2 \cdot (\varphi_1 a - 2\varphi_2 a)^2 + C_3 a^2 \varphi_2^2 \right]$$

$$\frac{\partial П}{\partial \varphi_1} = \varphi_1 a^2 (9C_1 + C_2) + \varphi_2 a^2 (-2C_2)$$

$$\frac{\partial П}{\partial \varphi_2} = \varphi_1 a^2 (-2C_2) + \varphi_2 a^2 (4C_2 + C_3)$$

Составим уравнения Лагранжа:

$$\begin{cases} \frac{7}{3} m_1 a^2 \ddot{\varphi}_1 + \varphi_1 a^2 (9C_1 + C_2) + \varphi_2 a^2 (-2C_2) = 0 & | : a^2 \\ 3m_2 a^2 \ddot{\varphi}_2 + \varphi_1 a^2 (-2C_2) + \varphi_2 a^2 (4C_2 + C_3) = 0 & | : a^2 \\ \frac{7}{3} m_1 \ddot{\varphi}_1 + \varphi_1 (9C_1 + C_2) + \varphi_2 (-2C_2) = 0 \\ 3m_2 \ddot{\varphi}_2 + \varphi_1 (-2C_2) + \varphi_2 (4C_2 + C_3) = 0 \end{cases}$$

Ищем решения в виде

$$\varphi_1 = A_1 \sin kt, \quad \ddot{\varphi}_1 = -A_1 k^2 \sin kt;$$

$$\varphi_2 = A_2 \sin kt, \quad \ddot{\varphi}_2 = -A_2 k^2 \sin kt.$$

Подставляем в систему и делим оба уравнения на  $\sin kt$ .

$$\begin{cases} A_1 \left[ -\frac{7}{3} m_1 k^2 + 9C_1 + C_2 \right] + A_2 [-2C_2] = 0 \\ A_1 [-2C_2] + A_2 [-3m_2 k^2 + 4C_2 + C_3] = 0 \end{cases}$$

Для существования ненулевого решения необходимо, чтобы определитель был равен 0.

$$\left( -\frac{7}{3} m_1 k^2 + 9C_1 + C_2 \right) (-3m_2 k^2 + 4C_2 + C_3) - 4C_2^2 = 0$$

$$k^4 [7m_1 m_2] - k^2 \left[ \frac{7}{3} m_1 (4C_2 + C_3) + 3m_2 (9C_1 + C_2) \right] + (4C_2 + C_3)(9C_1 + C_2) - 4C_2^2 = 0$$

Учитывая, что  $(4C_2 + C_3)(9C_1 + C_2) - 4C_2^2 = 36C_1 C_2 + C_3(9C_1 + C_2)$ , выпишем применение условий теоремы Виета для квадратного уравнения в данном случае:

$$\begin{cases} 7m_1 m_2 (k_1^2 + k_2^2) = \frac{7}{3} m_1 (4C_2 + C_3) + 3m_2 (9C_1 + C_2) \\ 7m_1 m_2 \cdot k_1^2 k_2^2 = 36C_1 C_2 + C_3 (9C_1 + C_2) \end{cases}$$

Получена система с тремя неизвестными  $(C_1, C_2, C_3)$  и двумя уравнениями. Не нарушая общности решения задачи, примем  $C_1 = \alpha C_2$ .

С учетом того, что  $k_2 = 2k_1$ , имеем:

$$\begin{cases} 7m_1 m_2 \cdot 5k_1^2 = \frac{7}{3} m_1 (4C_2 + C_3) + 3m_2 (9C_1 + C_2) & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7m_1 m_2 \cdot 4k_1^4 = 36C_1 C_2 + C_3 (9C_1 + C_2) & (2) \end{cases}$$

Из (1) выразим  $C_3$ :

$$3 \cdot 5m_2 k_1^2 = (4C_2 + C_3) + \frac{9}{7} \frac{m_2}{m_1} (9C_1 + C_2)$$

$$C_3 = 15m_2 k_1^2 - 4C_2 - \frac{9}{7} \frac{m_2}{m_1} (9C_1 + C_2)$$

Подставим полученное выражение для  $C_3$  в (2).

$$28m_1 m_2 k_1^4 = 36\alpha C_2^2 + C_2 (1 + 9\alpha) \left( 15m_2 k_1^2 - 4C_2 - \frac{9}{7} \frac{m_2}{m_1} C_2 (1 + 9\alpha) \right)$$

Примем  $z = 1 + 9\alpha$ , тогда  $\alpha = \frac{z-1}{9}$ .

$$28m_1m_2k_1^4 = C_2z \left( 15m_2k_1^2 - 4C_2 - \frac{9}{7} \frac{m_2}{m_1} C_2z \right) + 36\alpha C_2^2$$

$$C_2^2 \left( -4z - \frac{9}{7} \frac{m_2}{m_1} z^2 + (4z - 4) \right) + C_2 (15m_2k_1^2z) - 28m_1m_2k_1^4 = 0$$

$$C_2^2 \left( \frac{9}{7} \frac{m_2}{m_1} z^2 + 4 \right) + C_2 (-15m_2k_1^2z) + 28m_1m_2k_1^4 = 0$$

Необходимо, чтобы дискриминант был больше 0:

$$D = (-15m_2k_1^2z)^2 - 4 \cdot 28m_1m_2k_1^4 \left( \frac{9}{7} \frac{m_2}{m_1} z^2 + 4 \right)$$

$$D = 225m_2^2k_1^4z^2 - 144m_2^2k_1^4z^2 - 448m_1m_2k_1^4 \geq 0$$

$$81m_2^2z^2k_1^4 \geq 448m_1m_2k_1^4 \quad | : 81m_2^2k_1^4$$

$$z^2 \geq \frac{49}{9} \frac{m_1}{m_2} \Rightarrow z \geq \sqrt{\frac{49}{9} \frac{m_1}{m_2}} \approx 10,435$$

$$\alpha \geq \frac{\sqrt{\frac{49}{9} \frac{m_1}{m_2}} - 1}{9} \approx 1,048$$

Выпишем выражение для корней уравнения.

$$C_{2,1,2} = \frac{15k_1^2m_2z \pm k_1^2 \sqrt{81m_2^2z^2 - 448m_1m_2}}{2 \left( \frac{9}{7} \frac{m_2}{m_1} z^2 + 4 \right)}$$

Итоговое выражение для  $C_3$ :

$$C_3 = 15m_2k_1^2 - 4C_2 - \frac{9}{7} \frac{m_2}{m_1} C_2 (1 + 9\alpha)$$

Рассчитаем жесткости при  $\alpha = 50$ :

1.

$$C_1 = 69919,7 \frac{H}{M}$$

$$C_2 = 1398,4 \frac{H}{M}$$

$$C_3 = 4563,0 \frac{H}{M}$$

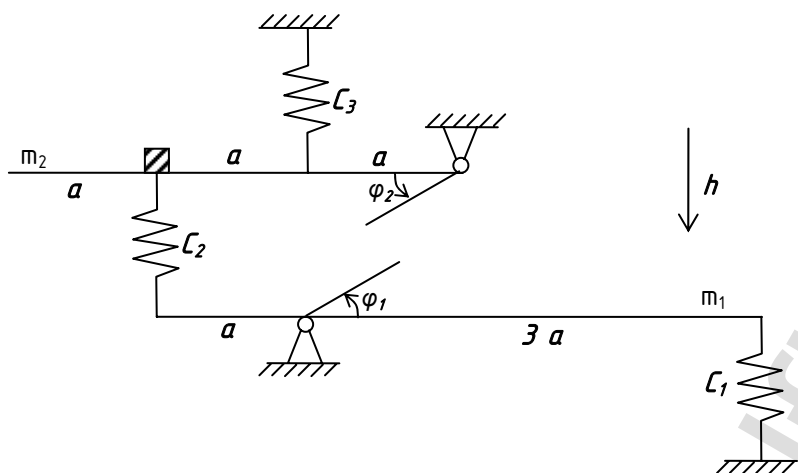
2.

$$C_1 = 17488,8 \frac{H}{M}$$

$$C_2 = 349,8 \frac{H}{M}$$

$$C_3 = 39159,9 \frac{H}{M}$$

### III. Проверочный расчет



Рассмотрим систему, добавив в нее внешнее кинематическое воздействие  $h = H \cdot \sin \omega t$ .

Найдем кинетическую энергию:

$$T = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{J_1 \omega_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2} + \frac{J_2 \omega_2^2}{2}$$

$$\omega_1 = \dot{\varphi}_1; \quad \omega_2 = \dot{\varphi}_2;$$

$$v_1' = \dot{\varphi}_1 a - \dot{h}; \quad J_1 = \frac{4}{3} m_1 a^2$$

$$v_2' = \frac{3}{2} a \dot{\varphi}_2 + \dot{h}; \quad J_2 = \frac{3}{4} m_2 a^2$$

$$T = \frac{1}{2} \cdot \left[ m_1 (\dot{\varphi}_1 a - \dot{h})^2 + \frac{4}{3} m_1 a^2 \dot{\varphi}_1^2 + m_2 \left( \frac{3}{2} a \dot{\varphi}_2 + \dot{h} \right)^2 + \frac{3}{4} m_2 a^2 \dot{\varphi}_2^2 \right]$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_1} = m_1 a (\dot{\varphi}_1 a - \dot{h}) + \frac{4}{3} m_1 a^2 \dot{\varphi}_1 = \frac{7}{3} m_1 a^2 \dot{\varphi}_1 - m_1 a \dot{h}, \quad \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_1} \right) = \frac{7}{3} m_1 a^2 \ddot{\varphi}_1 - m_1 a \ddot{h};$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_2} = \frac{3}{2} a m_2 \left( \frac{3}{2} a \dot{\varphi}_2 + \dot{h} \right) + \frac{3}{4} m_2 a^2 \dot{\varphi}_2 = 3 m_2 a^2 \dot{\varphi}_2 + \frac{3}{2} a m_2 \dot{h}, \quad \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_2} \right) = 3 m_2 a^2 \ddot{\varphi}_2 + \frac{3}{2} a m_2 \ddot{h};$$

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi_1} = \frac{\partial T}{\partial \varphi_2} = 0$$

Потенциальная энергия такая же, как и в предыдущем случае:

$$\Pi = \frac{1}{2} \left[ C_1 \varphi_1^2 \cdot 9a^2 + C_2 \cdot (\varphi_1 a - 2\varphi_2 a)^2 + C_3 a^2 \varphi_2^2 \right]$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_1} = \varphi_1 a^2 (9C_1 + C_2) + \varphi_2 a^2 (-2C_2)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_2} = \varphi_1 a^2 (-2C_2) + \varphi_2 a^2 (4C_2 + C_3)$$

Составим уравнения Лагранжа:

$$\begin{cases} \frac{7}{3} m_1 a^2 \ddot{\varphi}_1 + \varphi_1 a^2 (9C_1 + C_2) + \varphi_2 a^2 (-2C_2) = m_1 a \ddot{h} \\ 3m_2 a^2 \ddot{\varphi}_2 + \varphi_1 a^2 (-2C_2) + \varphi_2 a^2 (4C_2 + C_3) = -\frac{3}{2} a m_2 \ddot{h} \end{cases}$$

Ищем решения в виде

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= B_1 \sin \omega t, \quad \ddot{\varphi}_1 = -B_1 \omega^2 \sin \omega t; \\ \varphi_2 &= B_2 \sin \omega t, \quad \ddot{\varphi}_2 = -B_2 \omega^2 \sin \omega t. \end{aligned}$$

Подставляем в систему, учитывая  $\ddot{h} = -H \omega^2 \sin \omega t$ , и делим оба уравнения на  $H a^2 \sin \omega t$ .

$$\begin{cases} \frac{B_1}{H} \left[ -\frac{7}{3} m_1 \omega^2 + 9C_1 + C_2 \right] + \frac{B_2}{H} [-2C_2] = -\frac{m_1 \omega^2}{a} \\ \frac{B_1}{H} [-2C_2] + \frac{B_2}{H} [-3m_2 \omega^2 + 4C_2 + C_3] = \frac{3}{2} \cdot \frac{m_2 \omega^2}{a} \end{cases}$$

Отсюда, по правилу Крамера:

$$\frac{B_2}{H} = \frac{\frac{3}{2} \cdot \frac{m_2 \omega^2}{a} \left( -\frac{7}{3} m_1 \omega^2 + 9C_1 + C_2 \right) - 2C_2 \frac{m_1 \omega^2}{a}}{\left( -\frac{7}{3} m_1 \omega^2 + 9C_1 + C_2 \right) \cdot (-3m_2 \omega^2 + 4C_2 + C_3) - 4C_2^2}$$

$$\text{Из п. 1.2 } K_0 = \frac{B_2}{H} r + 1$$

В прил. 1, 2 находятся графики зависимости  $K_0$  от циклической частоты в заданном диапазоне частот.

## Вывод

В ходе работы были рассчитаны жесткости амортизаторов, а также вычислены собственные частоты системы.

Рассчитанные жесткости позволяют снизить нагрузку на заданном диапазоне частот до допустимых пределов, причем наилучшее снижение происходит при значениях жесткости  $C_1 = 69919,7 \frac{H}{м}$ ,  $C_2 = 1398,4 \frac{H}{м}$ ,  $C_3 = 4563,0 \frac{H}{м}$ . В этом случае на заданном диапазоне частот предельный коэффициент динамичности по модулю не превышает 0,1 ( $-0,095 < K_0 < -0,039$ ), в то время как заданное предельное значение составляет 0,4.

Рассчитанная система достаточно хорошо снимает нагрузку на РЭА на требуемом диапазоне частот.

## Литература

1. Ю.Н. Емельянов, О.Н. Окунькова, В.А. Титов. Проектирование систем защиты РЭА от механических воздействий. – М.: МИРЭА, 1992.
2. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. – М.: Высш. шк., 1986.



## Приложение 1

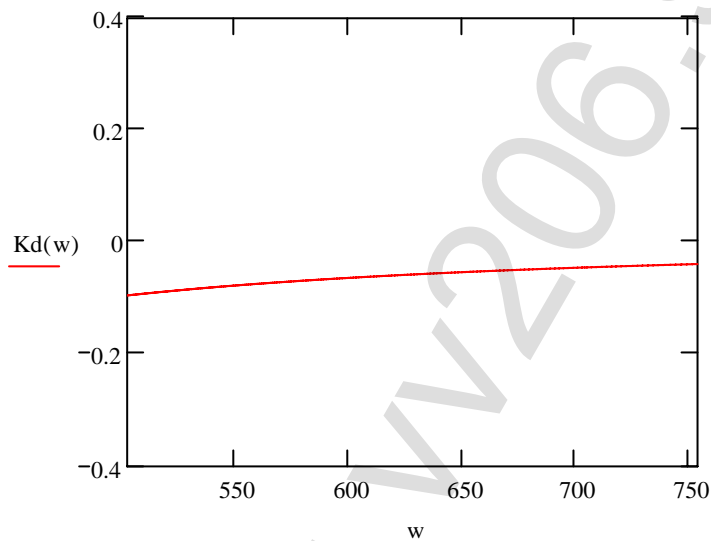
### Расчет Кд для первого набора жесткостей

$$\begin{aligned} a &:= 0.1 & r &:= 0.2 & k_1 &:= 130 \\ m_1 &:= 4 & f_1 &:= 80 & k_2 &:= 260 \\ m_2 &:= 0.2 & f_2 &:= 120 & & \end{aligned}$$

$$C_1 := 69919.7 \quad C_2 := 1398.4 \quad C_3 := 4563.0$$

$$B2h(w) := \frac{\frac{3m_2 w^2}{2a} \left( \frac{-7}{3} m_1 w^2 + 9C_1 + C_2 \right) - 2C_2 \frac{m_1 w^2}{a}}{\left( \frac{-7}{3} m_1 w^2 + 9C_1 + C_2 \right) \cdot \left( -3m_2 w^2 + 4C_2 + C_3 \right) - 4C_2^2}$$

$$Kd(w) := B2h(w) \cdot r + 1$$



## Приложение 2

Расчет Кд для второго набора жесткостей

$$\begin{aligned} a &:= 0.1 & r &:= 0.2 & k1 &:= 130 \\ m1 &:= 4 & f1 &:= 80 & k2 &:= 260 \\ m2 &:= 0.2 & f2 &:= 120 & & \end{aligned}$$

$$C1 := 17488.8 \quad C2 := 349.8 \quad C3 := 39159.9$$

$$B2h(w) := \frac{\frac{3m2 \cdot w^2}{2a} \left( \frac{-7}{3} m1 \cdot w^2 + 9C1 + C2 \right) - 2C2 \cdot \frac{m1 \cdot w^2}{a}}{\left( \frac{-7}{3} m1 \cdot w^2 + 9C1 + C2 \right) \cdot \left( -3m2 \cdot w^2 + 4C2 + C3 \right) - 4C2^2}$$

$$Kd(w) := B2h(w) \cdot r + 1$$

