ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ИНСТИТУТ
РАДИОТЕХНИКИ, ЭЛЕКТРОНИКИ И АВТОМАТИКИ
(ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

КАФЕДРА ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ОСНОВ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Типовой расчет №1

Задание 1.3. Переходные процессы в линейных электрических цепях.

Вариант №98.

Выполнено
студентом группы ВВ-2-06
Котоминым Иваном

Преподаватель:
Лысенко В.Г.

Москва - 2007

0. Постановка задачи.

Рассмотреть переходный процесс второго порядка в цепи рис. 1. Определить закон изменения во времени тока i_3.

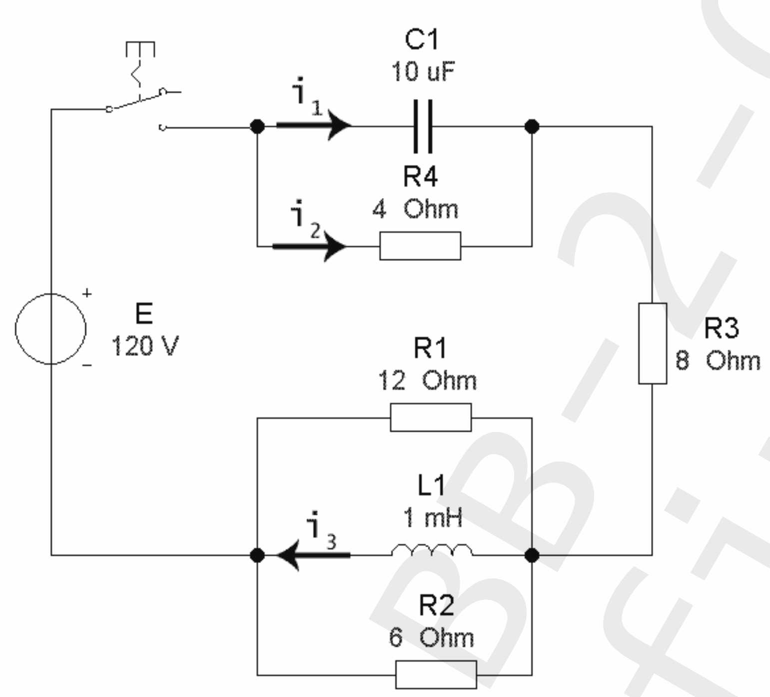

Рис.1. Исходная цепь.

Данные задачи.

$E = 120\ В$

$L_1 = 1\ мГн$

$C_1 = 10\ мкФ$

$R_1 = 12\ Ом$

$R_2 = 6\ Ом$

$R_3 = 8\ Ом$

$R_4 = 4\ Ом$

I. Классический метод расчета.

1. Найдем входное сопротивление цепи.

$$Z_{вх} = \frac{\frac{1}{p \cdot C_1} \cdot R_4}{\frac{1}{p \cdot C_1} + R_4} + R_3 + \frac{L_1 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot p}{L_1 \cdot R_2 \cdot p + L_1 \cdot R_1 \cdot p + L_1 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot p}$$

$$Z_{вх} = \frac{12 \cdot p^2 + 432000 \cdot p + 12 \cdot 10^8}{p^2 + 29000 \cdot p + 10^8}$$

2. Найдем корни характеристического уравнения.

$$p_1 = 4000 \cdot \sqrt{14} - 18000 \approx -3033.3706$$

$$p_2 = -4000 \cdot \sqrt{14} - 18000 \approx -32966.6295$$

3. Рассчитаем схему до коммутации (при $t=0_-$).

Очевидно, что все токи и напряжения равны 0.

4. Рассчитаем схему после коммутации (при $t=0_+$).

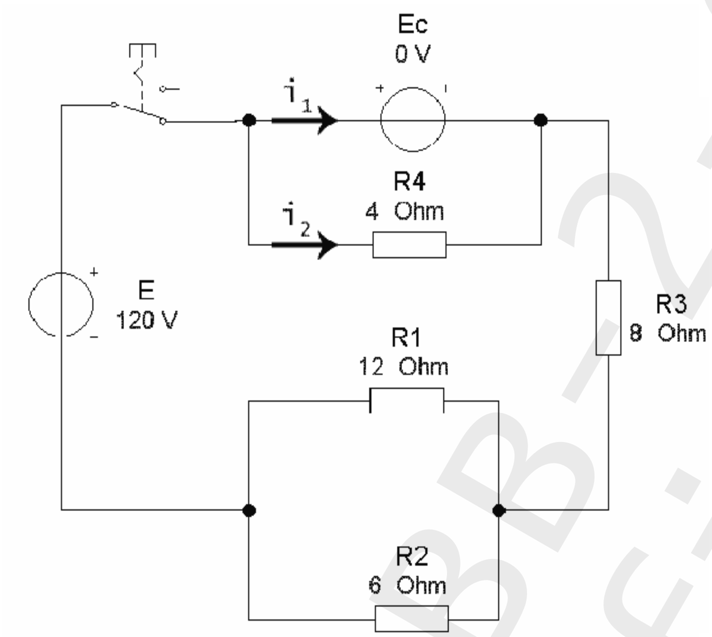

Рис. 2. Цепь после коммутации.

При замене конденсатора на ЭДС с величиной, равной напряжению на нем до коммутации, т.е. равным 0, и индуктивности на нулевой источник тока, получим цепь, изображенную на рис. 2. Из нее, учитывая законы коммутации, получим:

$i_1 = 10\ A$, так как сопротивление остальной цепи равно $\dfrac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + R_3 = 12\ Ом$

$i_2 = 0\ A$

$i_3 = 0\ A$

$U_L = \dfrac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \cdot i_1 = 40\ B$

$U_C = 0\ B$

5. Рассчитаем схему после коммутации (при $t=\infty$).

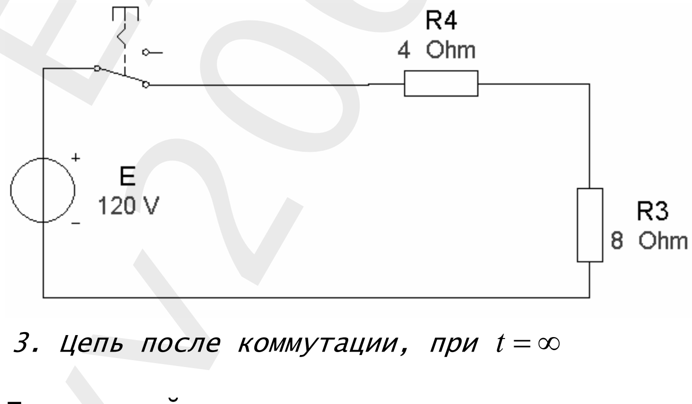

Рис. 3. Цепь после коммутации, при $t=\infty$

Постоянный ток через конденсатор не течет, а индуктивность эквивалентна обычному проводнику (см. рис.3).

$i_1 = 0\ A$

$i_2 = i_3 = 10\ A$

$U_L = 0\ B$

$U_C = i_2 \cdot R_4 = 40\ B$

6. Сводная таблица токов и напряжений

	i_1, A	i_2, A	i_3, A	U_L, B	U_C, B
$t = 0_-$	0	0	0	0	0
$t = 0_+$	10	0	0	40	0
$t = \infty$	0	10	10	0	40

7. Найдем ток $i_3(t)$.

$$i_3(t) = i_{3,пр} + A_1 \cdot e^{p_1 \cdot t} + A_2 \cdot e^{p_2 \cdot t}$$

$$i_{3,пр} = i_3(\infty)$$

Составим систему уравнений для нахождения A_1 и A_2.

$i_3(0_+) = i_{3,пр} + A_1 + A_2$, так как при $t = 0_+$ экспоненты равны 1.

$$i_3'(0_+) = p_1 \cdot A_1 + p_2 \cdot A_2$$

$$U_{L,св} = L_1 \cdot \left(\frac{di_3}{dt}\right) \Rightarrow i_3'(0_+) = \frac{di_3}{dt} = \frac{U_{L,св}}{L_1} = \frac{U_L(0_+)}{L_1}$$

$$p_1 \cdot A_1 + p_2 \cdot A_2 = \frac{U_L(0_+)}{L_1}$$

Получим систему

$$\begin{cases} A_1 + A_2 = -10 \\ p_1 \cdot A_1 + p_2 \cdot A_2 = 4 \cdot 10^4 \end{cases}$$

Решив ее, получим

$$\begin{cases} A_1 \approx -9.677 \\ A_2 \approx -0.3229 \end{cases}$$

$$\boxed{i_3(t) = 10 - 9.677 \cdot e^{-3033 \cdot t} - 0.3229 \cdot e^{-32967 \cdot t}}$$

3. Операторный метод расчета цепи

1. Расчет схемы до коммутации.

Очевидно, что все токи и напряжения равны 0.

2. Составим операторную схему замещения.

Так как до коммутации токи равны 0, то ЭДС при индуктивности и конденсаторе будут отсутствовать.

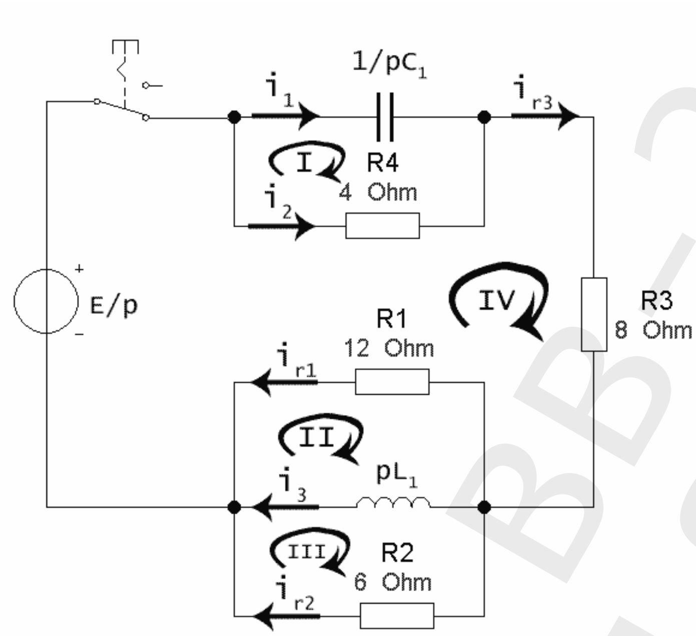

Рис. 4. Операторная схема замещения.

Для нахождения $i_3(p)$ составим систему уравнений по законам Кирхгофа и решим ее с помощью Mathcad.

$$\begin{cases} \dfrac{1}{p \cdot C_1} \cdot i_1 - i_2 \cdot R_4 = 0 \\ i_1 + i_2 = i_{r3} \\ p \cdot L_1 \cdot i_3 - i_{r1} \cdot R_1 = 0 \\ i_{r2} \cdot R_2 - p \cdot L_1 \cdot i_3 = 0 \\ \dfrac{1}{p \cdot C_1} \cdot i_1 + i_{r3} \cdot R_3 + i_{r2} \cdot R_2 = \dfrac{E}{p} \\ i_{r3} = i_{r1} + i_3 + i_{r2} \end{cases}$$

$$i_3(p) = \frac{10^8 + 40000 \cdot p}{p^3 + 36000 \cdot p^2 + 10^8 \cdot p}$$

Знаменатель этого выражения – характеристическое уравнение.

3. Нахождение тока по формуле разложения.

Найдем корни характеристического уравнения.

$$p_1 = 0$$

$$p_2 = 4000 \cdot \sqrt{14} - 18000 \approx -3033.3706$$

$$p_3 = -4000 \cdot \sqrt{14} - 18000 \approx -32966.6295$$

Формула разложения:

$$i_3(t) = \sum_{k=1}^{3} \frac{N(p_k)}{M'(p_k)} \cdot e^{p_k \cdot t}$$

Имеем

$N(p) = 10^8 + 40000 \cdot p$

$M(p) = p^3 + 36000 \cdot p^2 + 10^8 \cdot p$

$M'(p) = 3 \cdot p^2 + 72000 \cdot p + 10^8$

1. $p_1 = 0$

$N(p_1) = 10^9$

$M'(p_1) = 10^8$

$\frac{N(p_1)}{M'(p_1)} = 10$

2. $p_2 = -3033.3706$

$N(p_2) \approx 8.787 \cdot 10^8$

$M'(p_2) \approx -9.08 \cdot 10^7$

$\frac{N(p_2)}{M'(p_2)} = -9.677$

3. $p_3 = -32966.6295$

$N(p_3) \approx -3.187 \cdot 10^8$

$M'(p_3) \approx 9.868 \cdot 10^8$

$\frac{N(p_3)}{M'(p_3)} = -0.323$

4. Подставим полученные значения в формулу разложения.

$$\boxed{i_3(t) = \sum_{k=1}^{3} \frac{N(p_k)}{M'(p_k)} \cdot e^{p_k \cdot t} = 10 - 9.677 \cdot e^{-3033 \cdot t} - 0.3229 \cdot e^{-32967 \cdot t}}$$

Результат совпал с результатом, полученным классическим методом.

4. Построим график зависимости $i_3(t)$.