

Дано:

- $L_2 = 160 \text{ мГн}$
- $L_3 = 25 \text{ мГн}$
- $C_2 = 0,53 \text{ мкФ}$
- $C_3 = 6,6 \text{ мкФ}$
- $R_1 = 100 \text{ Ом}$
- $f = 500 \text{ Гц}$
- $e'_1 = 41 \sin(\omega t + 90^\circ), \text{ В}$
- $e''_1 = 100 \cos(\omega t), \text{ В}$
- $e'_3 = 0$
- $e''_3 = 141 \sin(\omega t), \text{ В}$

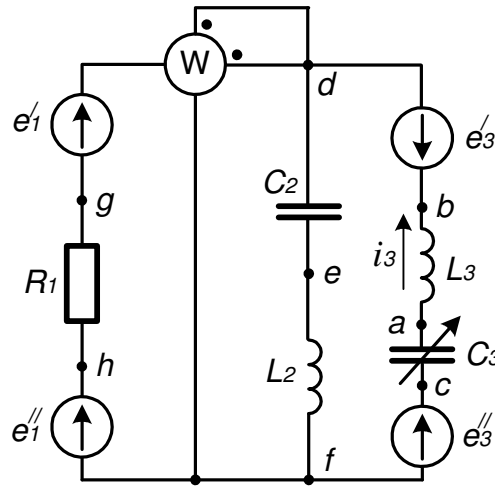
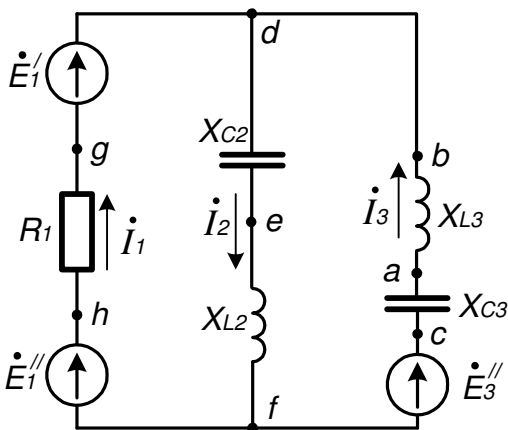


Рис. 1.37.

Т.к. $e'_3 = 0$ то схему можно упростить исключив из нее эти элементы



Угловая частота:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 500 \approx 3141,6 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

Сопротивления реактивных элементов в схеме:

$$X_{L2} = \omega L_2 = 3141,6 \cdot 0,16 \approx 502,65 \text{ Ом}$$

$$X_{L3} = \omega L_3 = 3141,6 \cdot 0,025 \approx 78,54 \text{ Ом}$$

$$X_{C2} = \frac{1}{\omega C_2} = \frac{1}{3141,6 \cdot 0,53 \times 10^{-6}} \approx 600,58 \text{ Ом}$$

$$X_{C3} = \frac{1}{\omega C_3} = \frac{1}{3141,6 \cdot 6,6 \times 10^{-6}} \approx 48,23 \text{ Ом}$$

1) На основании законов Кирхгофа составить в общем виде систему уравнений для расчета токов во всех ветвях цепи, записав ее в двух формах:

а) дифференциальной:

$$\begin{cases} i_1 - i_2 + i_3 = 0 \\ R_1 i_1 - \frac{1}{C_2} \int i_2 dt + L_2 \frac{di_2}{dt} = e'_1 + e''_1 \\ -\frac{1}{C_2} \int i_2 dt + L_2 \frac{di_2}{dt} - \frac{1}{C_3} \int i_3 dt + L_3 \frac{di_3}{dt} = e''_3 \end{cases}$$

б) символической:

$$\begin{cases} I_1 - I_2 + I_3 = 0 \\ R_1 I_1 + j(X_{L2} - X_{C2}) I_2 = \dot{E}'_1 + \dot{E}''_1 \\ j(X_{L2} - X_{C2}) I_2 + j(X_{L3} - X_{C3}) I_3 = \dot{E}''_3 \end{cases}$$

2) Рассчитаем комплексы действующих значений токов во всех ветвях, воспользовавшись методом узловых потенциалов.

Любой узел схемы можно заземлить. Токораспределение при этом не изменится.

В первую очередь, необходимо от мгновенных значений ЭДС перейти к комплексам действующих значений ЭДС. Переход осуществляется только от положительной синусоиды.

$$e'_1 = 41 \sin(\omega t + 90^\circ), B \Rightarrow \dot{E}'_1 = \frac{41}{\sqrt{2}} e^{j90^\circ} \approx 28,99 e^{j90^\circ} \approx j28,99 B$$

$$e''_1 = 100 \cos(\omega t) = 100 \sin(\omega t + 90^\circ), B \Rightarrow \dot{E}''_1 = \frac{100}{\sqrt{2}} e^{j90^\circ} \approx 70,71 e^{j90^\circ} = j70,71 B$$

$$e''_3 = 141 \sin(\omega t), B \Rightarrow \dot{E}''_3 = \frac{141}{\sqrt{2}} e^{j0^\circ} \approx 99,7 B$$

Комплексные сопротивления ветвей:

$$\underline{Z}_1 = R_1 = 100 \text{ Ом}$$

$$\underline{Z}_2 = j(X_{L2} - X_{C2}) = j(502,65 - 600,58) = -j97,93 \text{ Ом}$$

$$\underline{Z}_3 = j(X_{L3} - X_{C3}) = j(78,54 - 48,23) = j30,31 \text{ Ом}$$

Соответственно комплексные проводимости ветвей:

$$\underline{Y}_1 = \frac{1}{\underline{Z}_1} = \frac{1}{100} = 0,01 \text{ См}$$

$$\underline{Y}_2 = \frac{1}{\underline{Z}_2} = \frac{1}{-j97,93} = j0,010211 \text{ См}$$

$$\underline{Y}_3 = \frac{1}{\underline{Z}_3} = \frac{1}{j30,31} \approx -j0,032992 \text{ См}$$

Пусть $\dot{\phi}_f = 0$ тогда по методу узловых потенциалов имеем

$$\begin{aligned} \dot{\phi}_d &= \frac{(\dot{E}'_1 + \dot{E}''_1)\underline{Y}_1 + \dot{E}''_3\underline{Y}_3}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3} = \frac{(j28,99 + j70,71) \cdot 0,01 + 99,7 \cdot (-j0,032992)}{0,01 + j0,010211 - j0,032992} = \\ &= \frac{-j2,292302}{0,01 - j0,022781} \approx \frac{2,292302 e^{-j90^\circ}}{0,024879 e^{-j66,3^\circ}} \approx 92,14 e^{-j23,7^\circ} \approx (84,37 - j37,04) B \end{aligned}$$

Токи в ветвях далее находятся по обобщенному закону Ома.

$$\dot{I}_1 = \frac{-\dot{\phi}_d + \dot{E}'_1 + \dot{E}''_1}{\underline{Z}_1} = \frac{-84,37 + j37,04 + j28,99 + j70,71}{100} =$$

$$= (-0,8437 + j1,3674) \approx 1,6067 \cdot e^{j121,68^\circ} A$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{\phi}_d}{\underline{Z}_2} = \frac{92,14 e^{-j23,7^\circ}}{-j97,93} \approx 0,9409 \cdot e^{j66,3^\circ} \approx (0,3782 + j0,8615) A$$

$$\dot{I}_3 = \frac{-\dot{\phi}_d + \dot{E}''_3}{\underline{Z}_3} = \frac{-84,37 + j37,04 + 99,7}{j30,31} \approx \frac{40,087 e^{j67,52^\circ}}{30,31 e^{j90^\circ}} \approx$$

$$\approx 1,3226 e^{-j22,48^\circ} \approx (1,2221 - j0,5057) A$$

3) По результатам, полученным в п. 2, определить показание ваттметра.

$$P_W = \operatorname{Re} \left[\dot{U}_{fd} \dot{I}_1^* \right] = \operatorname{Re} \left[(\dot{\phi}_f - \dot{\phi}_d) \cdot \dot{I}_1^* \right] = \operatorname{Re} \left[(0 - 92,14 e^{-j23,7^\circ}) \cdot 1,6067 \cdot e^{-j121,68^\circ} \right] \approx$$

$$\approx \operatorname{Re} \left[148,04 \cdot e^{j34,62^\circ} \right] \approx \operatorname{Re} [121,83 + j84,11] = 121,83 \text{ Вт}$$

\dot{I}_1^* - сопряженный комплекс тока \dot{I}_1

4) Построить топографическую диаграмму, совмещенную с векторной диаграммой токов, потенциал точки a , указанной на схеме, принять равным нулю.

$\dot{\phi}_a = 0$; Найдем потенциалы других точек схемы;

$$\dot{\phi}_d = \dot{\phi}_a - jX_{L3} \dot{I}_3 = 0 - j78,54 \cdot (1,2221 - j0,5057) \approx (-39,718 - j95,984) \text{ В}$$

$$\dot{\phi}_e = \dot{\phi}_d + jX_{C2} \dot{I}_2 = -39,718 - j95,984 + j600,58 \cdot (0,3782 + j0,8615) \approx (-557,118 + j131,155) \text{ В}$$

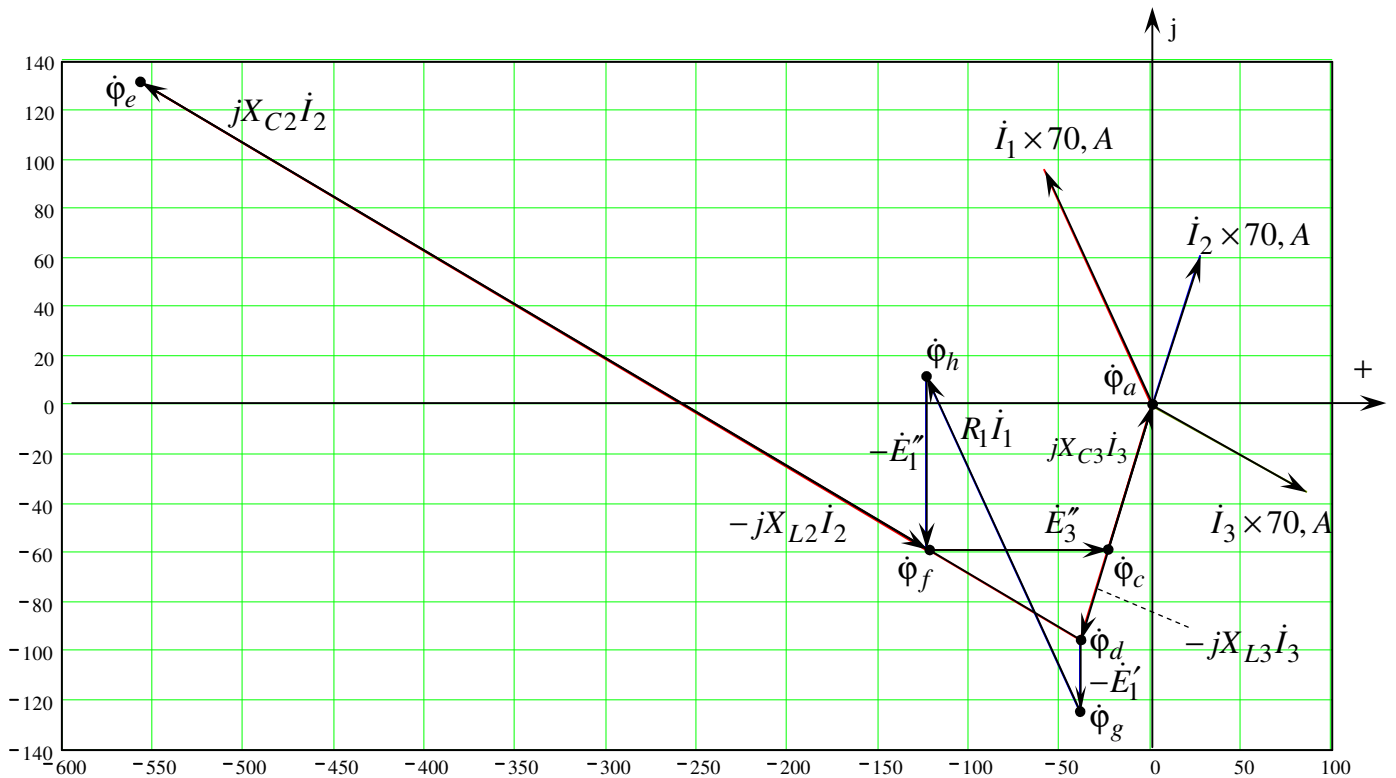
$$\dot{\phi}_f = \dot{\phi}_e - jX_{L2} \dot{I}_2 = -557,118 + j131,155 - j502,65 \cdot (0,3782 + j0,8615) \approx (-124,085 - j58,947) \text{ В}$$

$$\dot{\phi}_c = \dot{\phi}_f + \dot{E}_3'' = -124,085 - j58,947 + 99,7 = (-24,385 - j58,947) \text{ В}$$

$$\dot{\phi}_g = \dot{\phi}_d - \dot{E}_1' = -39,718 - j95,984 - j28,99 = (-39,718 - j124,974) \text{ В}$$

$$\dot{\phi}_h = \dot{\phi}_g + R_1 \dot{I}_1 = -39,718 - j124,974 + 100 \cdot (-0,8437 + j1,3674) = (-124,088 + j11,766) \text{ В}$$

Теперь построим топографическую диаграмму комплексных потенциалов точек схемы, совмещенную с векторной диаграммой токов.

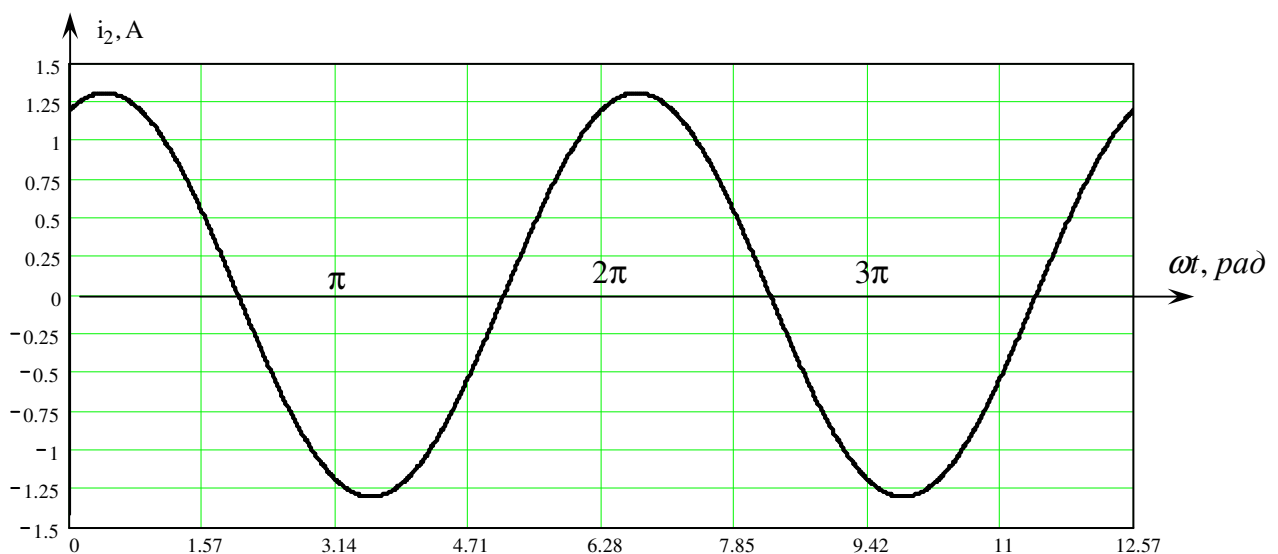


7) Используя данные расчетов, полученных в пп. 2, запишем выражение для мгновенного значения тока i_2 . Построим график зависимости указанной величины от ωt .

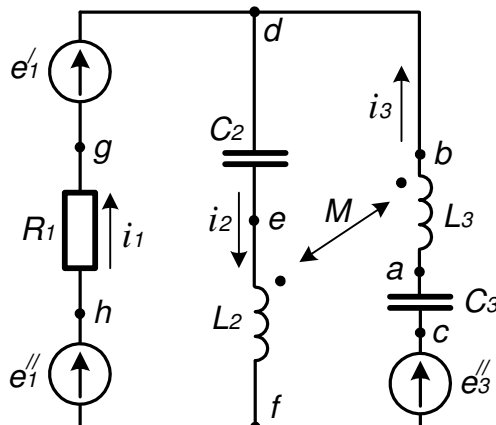
$$\dot{I}_2 = 0,9409 \cdot e^{j66,3^\circ} \text{ A} \Rightarrow$$

$$i_2(\omega t) = 0,9409 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 66,3^\circ) \approx 1,3306 \cdot \sin(\omega t + 66,3^\circ), \text{ A}$$

Построим график:



8) Полагая, что между двумя любыми индуктивными катушками расположенными в различных ветвях заданной схемы, имеется магнитная связь при взаимной индуктивности, равной M , составим в общем виде систему уравнений по законам Кирхгофа для расчета токов во всех ветвях схемы, записав ее в двух формах:



а) дифференциальной:

$$\begin{cases} i_1 - i_2 + i_3 = 0 \\ R_1 i_1 - \frac{1}{C_2} \int i_2 dt + L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_3}{dt} = e'_1 + e''_1 \\ -\frac{1}{C_2} \int i_2 dt + L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_3}{dt} - \frac{1}{C_3} \int i_3 dt + L_3 \frac{di_3}{dt} - M \frac{di_2}{dt} = e''_3 \end{cases}$$

б) символической:

$$\begin{cases} \dot{I}_1 - \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = 0 \\ R_1 \dot{I}_1 + j(X_{L2} - X_{C2}) \dot{I}_2 - jX_M \dot{I}_3 = \dot{E}'_1 + \dot{E}''_1 \\ j(X_{L2} - X_{C2} - X_M) \dot{I}_2 + j(X_{L3} - X_{C3} - X_M) \dot{I}_3 = \dot{E}''_3 \end{cases}$$