ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ИНСТИТУТ
РАДИОТЕХНИКИ ЭЛЕКТРОНИКИ И АВТОМАТИКИ
(ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

КАФЕДРА ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ОСНОВ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Типовой расчет №1

Задание 1.3. Переходные процессы
в линейных электрических цепях.

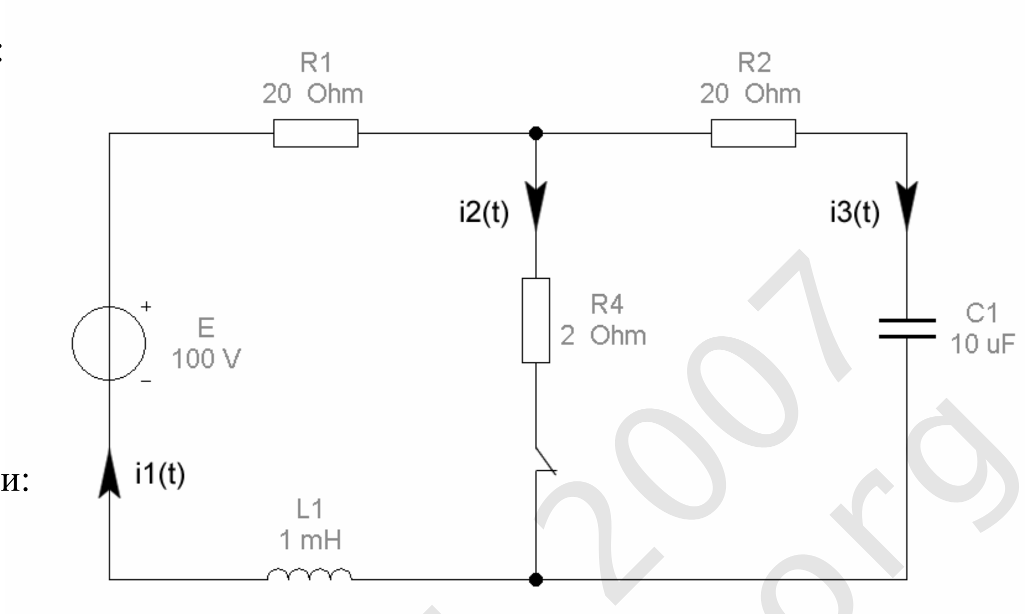
Вариант №1.

Выполнил студент
гр. ВВ-2-06
Красняков А.М.
Преподаватель:
Лысенко В.Г.

Москва 2007

Данные задачи:

$E = 100$ В
$L_1 = 1$ мГн
$C_1 = 10$ мкФ
$R_1 = 20$ Ом
$R_2 = 20$ Ом
$R_4 = 2$ Ом



Требуется найти:

U_{C1}

Классический метод расчёта

1. *Характеристическое уравнение, $t > 0_+$ (послекоммутационный период).*

$Z_{вх} = R_1 + R_2 + pL_1 + 1/pC_1 = 0$

Найдём корни характеристического уравнения:

$$\frac{-C1\cdot(R1+R2)-\sqrt{[C1\cdot(R1+R2)]^2-4\cdot L1\cdot C1}}{2\cdot L1\cdot C1} = -3.732\times 10^4$$

$$\frac{-C1\cdot(R1+R2)+\sqrt{[C1\cdot(R1+R2)]^2-4\cdot L1\cdot C1}}{2\cdot L1\cdot C1} = -2.679\times 10^3$$

$p_1 = -37320$
$p_2 = -2679$

2. *Рассчитаем схему до коммутации ($t = 0_-$).*

Постоянный ток через конденсатор C_1 не течёт, $i_3 = 0$

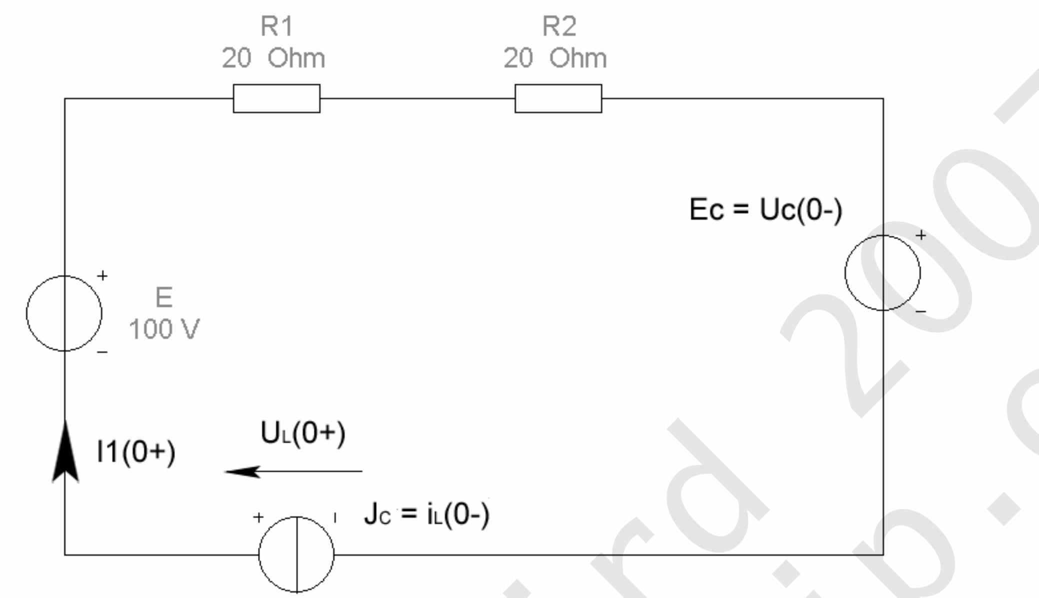
$i_1 = i_2 = E / (R_1 + R_2) = 100 / (20 + 2) = 4.545$ А

$U_C = U_{R4} = i_1 * R_4 = 2 * 4.545 = 9.091$ В

$U_L = 0$, т.к. при постоянном токе Z_L -> 0

3. *Рассчитаем схему после коммутации ($t = 0_+$).*

Индуктивность L_1 заменяется на источник тока, конденсатор C_1 заменяется на источник напряжения.



$i_1(0+) = i_1(0-) = 4.545$ А, по закону коммутации.

$U_C(0+) = U_C(0-) = 9.091$ В, по закону коммутации.

$i_1(0+) = i_3(0+) = J_C = i_1(0-) = 4.545$ А

$i_2(0+) = 0$, т.к. ветвь размыкается.

$E_C = U_C(0-) = 9.091$ В

$U_L(0+) = E - E_L = 100 - 9.091 = 90.909$ В

3. *Рассчитаем схему после коммутации ($t = \infty$).*

Постоянный ток через конденсатор C_1 не течёт, поэтому все токи нулевые.

$Uc = E = 100$ В

$U_L = 0$, т.к. при постоянном токе $Z_L \to 0$

	i_1, А	i_2, А	i_3, А	U_L, В	U_C, В
$t = 0_-$	4.545	4.545	0	0	9.091
$t = 0_+$	4.545	0	4.545	90.909	9.091
$t = \infty$	0	0	0	0	100

$Uc(t) = Uc_{пр} + A_1*e^{p1*t} + A_2*e^{p2*t}$

$Uc_{пр} = Uc(\infty) = 100$ В

Необходимо найти константы A_1 и A_2. Составим два уравнения.

1. $Uc(0_+) = 9.091 = A_1 + A_2 + 100$ (t = 0 поэтому обе экспоненты равны 1).

2. $Uc_1 = \frac{1}{C_1} * \int i_3 dt$, откуда $dUc_1 = \frac{i_3}{C_1}$

Продифференцируем Uc(t): $dUc(t) = A_1*p_1* e^{p1*t} + A_2*p_2*e^{p2*t} = \frac{i_3}{C_1} = 4.545*10^5$

Для t = t(0+) имеем: $dUc(0_+) = A_1*p_1 + A_2*p_2 = \frac{i_3}{C_1} = 4.545*10^5$

В итоге, имеем систему из двух уравнений:

$$\begin{cases} A_1 + A_2 = -90.909 \\ -A_1 * 2679 - A_2 * 37320 = 4.545 * 10^5 \end{cases}$$

Решая, находим:

A1 = -84.8
A2 = -6.09

В итоге получаем:

$Uc(t) = 100 - 84.8*e^{-2679*t} - 6.09*e^{-37320*t}$

Операторный метод расчёта

1. *Расчёт схемы до коммутации.*

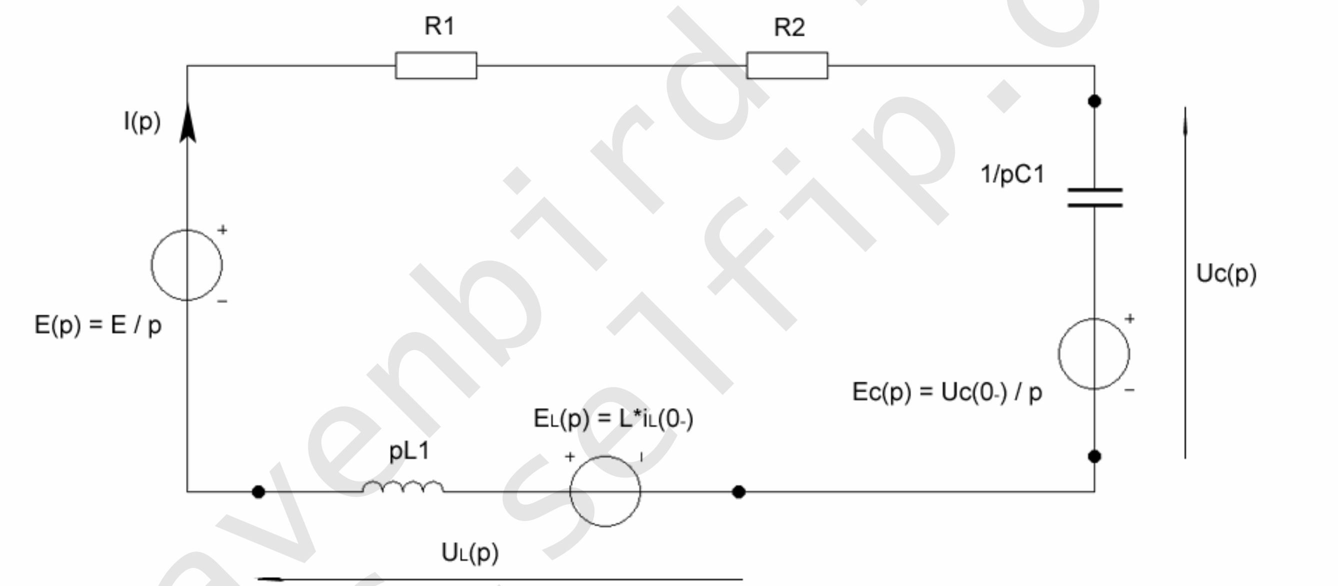
Постоянный ток через конденсатор C_1 не течёт, $i_3 = 0$

$i_L = i_1 = i_2 = E / (R_1 + R_2) = 100 / (20 + 2) = 4.545$ A

$U_C = U_{R4} = i_1 * R_4 = 2 * 4.545 = 9.091$ B

$U_L = 0$, т.к. при постоянном токе Z_L -> 0

2. *Операторная схема замещения.*



$$Uc(p) = Ec(p) + I(p) * \frac{1}{pC_1}$$

$$I(p) = \frac{\frac{E}{p} - \frac{Uc(0-)}{p} + L_1 * i_L(0-)}{R_1 + R_2 + \frac{1}{pC_1} + pL_1}$$

$$Uc(p) = \frac{Uc(0-)}{p} + \frac{\frac{E}{p} - \frac{Uc(0-)}{p} + L_1 * i_L(0-)}{pC_1 * (R_1 + R_2 + \frac{1}{pC_1} + pL_1)}$$

$$Uc(p) = \frac{Uc(0-)*R_1*p*C_1 + U(0-)*R_2*p*C_1 + U*p^2*L_1*C_1 + E + L_1*i_L*p}{p*(p*R_1*C_1 + p*R_2*C_1 + 1 + p^2*L_1*C_1)} = \frac{N(p)}{M(p)}$$

Знаменатель является характеристическим урвнением.

3. *Формула разложения.*

Найдём корни характеристического уравнения.

$$p*(p^2*L_1*C_1 + p*C_1*(R_1 + R_2) + 1) = 0$$

$$p*(p^2*10^{-8}+p*0.0004 + 1) = 0$$

$p_1 = 0$

$$p_{2,3} = \frac{-0.0004 \pm \sqrt{0.0004^2 - 4*10^{-8}}}{2*10^{-8}} = -2679; -37320$$

В итоге:

$p_1 = 0$
$p_2 = -2679$
$p_3 = -37320$

По формуле разложения: $Uc(t) = \sum_{k=1}^{3} \frac{N(p_k)}{M'(p_k)} * e^{p_k*t}$

Найдём M' – производную.

$$M'(p) = [p*R_1*C_1 + p*R_2*C_1 + 1 + p_2*L_1*C_1] + p*(R_1*C_1 + R_2*C_1 + 2*p*L_1*C_1)$$

Подставляя p_1, p_2 и p_3 в формулу разложения, находим:

$N(p_1) = 100$
$M'(p_1) = 1$

$N(p_2) = 78.735$
$M'(p_2) = -0.928$

$N(p_3) = -78.712$
$M'(p_3) = 12.927$

$$\frac{N(p_1)}{M'(p_1)} = \frac{100}{1} = 100$$

$$\frac{N(p_2)}{M'(p_2)} = \frac{78.735}{-0.928} = -84.8$$

$$\frac{N(p_3)}{M'(p_3)} = \frac{-78.712}{12.927} = -6.09$$

Нулевой корень порождает принуждённую компоненту напряжения.

В итоге:

$Uc(t) = 100 - 84.8 * e^{-2679*t} - 6.09 * e^{-37320*t}$

Построим график зависимости Uc(t)