

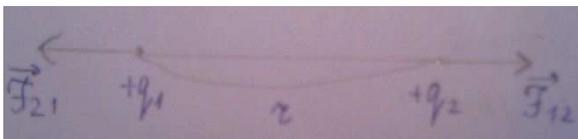
## Оглавление

Билет №1 .....	2
Билет №2 .....	5
Билет №3 .....	6
Билет №4 .....	7
Билет №5 .....	8
Билет №6 .....	10
Билет №7 .....	12
Билет №8 .....	14
Билет №9 .....	15
Билет №10 .....	17
Билет №11 .....	18
Билет №12 .....	19
Билет №13 .....	20
Билет №14 .....	21
Билет №15 .....	22
Билет №16 .....	24
Билет №17 .....	25
Билет №18 .....	27

## Билет №1

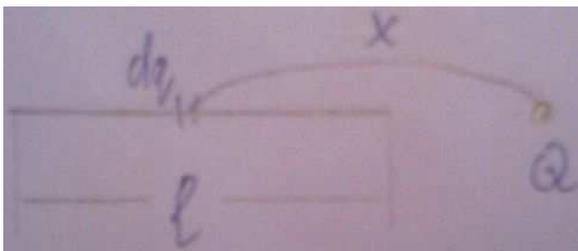
### Закон Кулона.

1. Закон Кулона для точечного заряда.



$$|\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}| = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

2. Закон Кулона для взаимодействия протяженного тела и точечного заряда.



$$\tau = \frac{dq}{dl} \sim \frac{dq}{dx}; dq = \tau dx$$

$$F = \int dF_x = \int \frac{k \cdot dq \cdot Q}{x^2} = \frac{\tau Q}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dx}{x^2} = \dots$$

### Напряженность электрического поля.

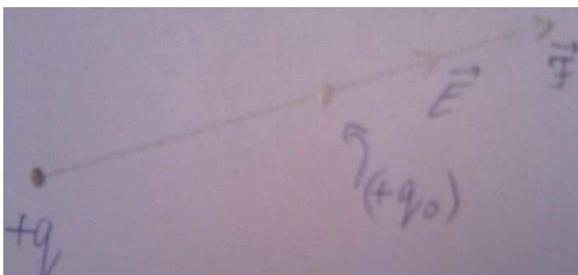
Сила, действующая на единичный положительный заряд, помещенный в данную точку, называется напряженностью электрического поля в данной точке.

Вектор напряженности направлен в ту же сторону, что и сила.

Если напряженность поля в каждой точке пространства не меняется, то оно называется однородным.

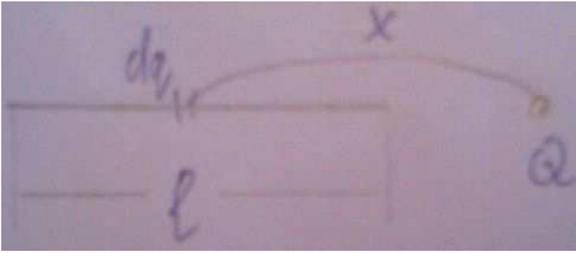
1. Напряженность для точечного заряда.

$$\vec{F} = q_0 \vec{E}; \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$



$$E = \frac{k \cdot \frac{q q_0}{r^2}}{q_0} = \frac{kq}{r^2}$$

2. Напряженность для взаимодействия протяженного тела и точечного заряда.



$$\left. \begin{array}{l} l - q \\ dx - dq \end{array} \right\} \Rightarrow dq = \frac{q}{l} dx$$

$$dE = \frac{k dq}{x^2}; E = \int \frac{k \cdot \frac{q}{l} dx}{x^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 l} \int \frac{dx}{x^2} = \dots$$

Принцип суперпозиции.

Каждый заряд создает электростатическое поле независимо от других зарядов.



$$\vec{E}_? = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$$

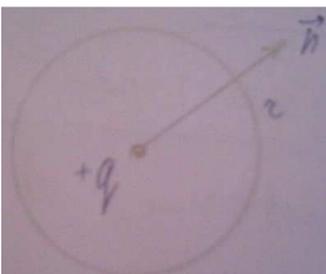
Теорема Гаусса для электрического поля в вакууме.

Поток вектора напряженности электрического поля через произвольную замкнутую поверхность равен полному заряду в объеме, ограниченном этой поверхностью, поделенному на  $\epsilon_0$ .

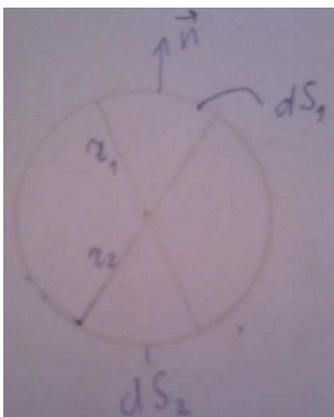
$$\Phi = \oiint \vec{E} d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}; d\vec{S} = \vec{n} dS \Rightarrow \vec{E} d\vec{S} = \underbrace{\vec{n} \vec{E}}_{E_{\perp} \cdot 1} dS = E_{\perp} dS (|\vec{n}| = 1)$$

То есть имеем дело с проекцией напряженности на нормаль.

Доказательство:



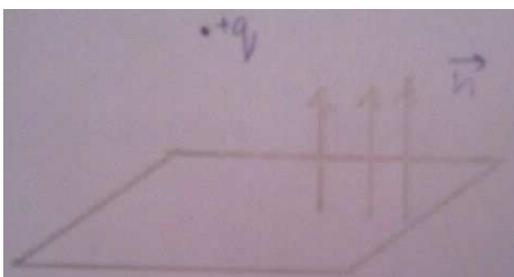
$$\oiint \frac{kq}{r^2} dS = \frac{kq}{r^2} \underbrace{\oiint dS}_{4\pi r^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$



$$\oiint \frac{kq}{r_1^2} dS_1 + \oiint \frac{kq}{r_2^2} dS_2 = \oiint \frac{kq}{r^2} dS$$

Расчет напряженности для различных поверхностей.

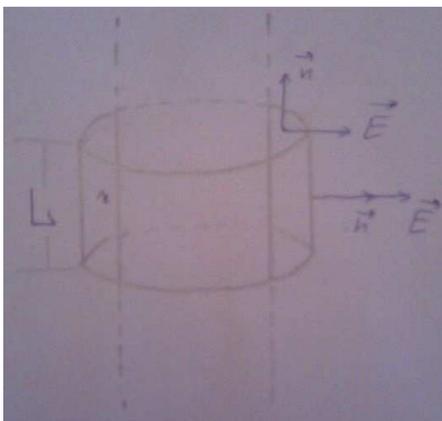
1. Плоскость:



$$\left. \begin{aligned} 2EdS &= \frac{\sigma dS}{\epsilon_0} \\ \sigma &= \frac{dq}{dS} \end{aligned} \right\} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

2. Цилиндр:

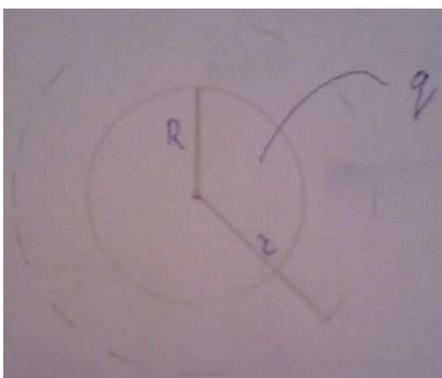
На единицу длины цилиндра приходится заряд  $\lambda$ .



$$\Phi = \oiint EdS = E \cdot 2\pi r \cdot L = \frac{\lambda L}{\epsilon_0}$$

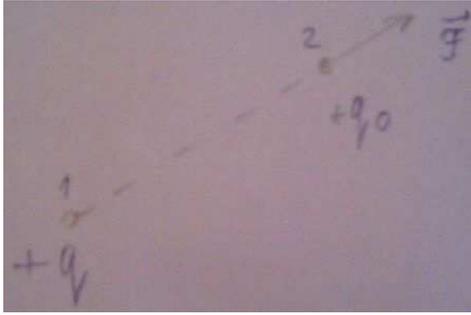
$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

3. Сфера:



## Билет №2

### Потенциал электрического поля.



$$A = W = \int_1^2 \vec{F}(\vec{r}) d\vec{r} = \int_r^{\infty} \frac{kq_0q}{r^2} dr = \frac{kq_0q}{r}$$

$$\varphi = \frac{W}{q_0} = \frac{\frac{kq_0q}{r}}{q_0} = \frac{kq}{r}$$

Потенциал электрического поля данной точки пространства называется потенциальной энергией единичного положительного заряда, помещенного в данную точку.

### Связь напряженности и потенциала.

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\varphi = -\left(\vec{i}\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \vec{j}\frac{\partial\varphi}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)$$

### Потенциал заряженного объекта.

R — радиус сферы; r — расстояние до поверхности сферы/до заряда

1. Точечного заряда:

$$\varphi = \frac{kq}{r}$$

2. Заряженной сферы:

$$\left[ \begin{array}{l} r < R \text{ (внутри): } \varphi = \frac{kq}{r} \\ r > R \text{ (снаружи): } \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{kq}{r_1} - \frac{kq}{r_2} \end{array} \right.$$

3. Однородно заряженного шара:

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \rho \cdot \frac{4}{3}\pi r^3, \text{ где } \rho = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{R^3} \cdot r$$

## Билет №3

### Электрическое поле в веществе.

Электрическое поле в веществе характеризуется электрическими диполями.

Электрическая диполь – это система двух одинаковых по величине разноименных точечных зарядов, расстояние  $r$  между которыми значительно меньше расстояния до точек, в которых определено поле системы.

### Дипольный момент.

$\vec{p} = q\vec{l}$ . Он определяет:

1. Поле диполя
2. Поведение диполя во внешнем магнитном поле.

### Полярные и неполярные молекулы.

Молекулы:

Полярные

Неполярные

$\vec{p} \neq 0$  ( $H_2O, HCl$ )

$\vec{p} = 0$  ( $H_2, O_2, N_2$ )

Молекулы, которые в отсутствии внешнего поля не имеют дипольного момента, являются неполярными. Иначе – полярными.

### Электронная и ориентационная поляризация.

Поляризация вещества – это приобретение электрического дипольного момента.

Электронная поляризация

Ориентационная поляризация

заключается в возникновении у атомов дипольного момента  $\vec{p}$  за счет деформации электронных орбит (бывает только у НЕПОЛЯРНЫХ молекул)

заключается в ориентации дипольных моментов  $\vec{p}$  молекул по полю (бывает только у ПОЛЯРНЫХ молекул)

### Вектор поляризации.

Это дипольный момент единицы объема диэлектрика.

$$\vec{P} = \sum_{i=1}^N \left( \frac{p_i}{\Delta V} \right) = \epsilon_0 \chi \vec{E}$$

$\chi$  – диэлектрическая восприимчивость вещества.

### Диэлектрическая проницаемость среды.

$\epsilon=1+\chi$  – она показывает, во сколько раз поле ослабляется диэлектриком.

Вектор электрической индукции (вектор электрического смещения).

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_0(1 + \kappa) \vec{E} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}$$

Вектор  $\vec{D}$  характеризует поле, создаваемое свободными зарядами при таком их распределении в пространстве, какое имеется при наличии диэлектрика.

**Билет №4**

Теорема Гаусса для электрического поля в веществе.

$\vec{G}$  – некоторое абстрактное поле:

$$\oiint_S \vec{G} d\vec{S} = \iiint_V \text{div} \vec{G} dV, \text{ где } \text{div} \vec{G} = \frac{\partial G_x}{\partial x} + \frac{\partial G_y}{\partial y} + \frac{\partial G_z}{\partial z} = \vec{\nabla} G$$

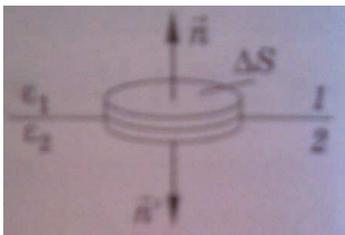
$$\vec{\nabla} = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z}$$

Пример:

$$\oiint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0}; \iiint_V \text{div} \vec{E} dV = \frac{1}{\epsilon_0} \iiint_V \rho dV = \frac{q}{\epsilon_0}$$

Условия на границе раздела двух диэлектрических сред.

1. На границе раздела двух диэлектрических сред нормальная компонента вектора электрической индукции непрерывна.

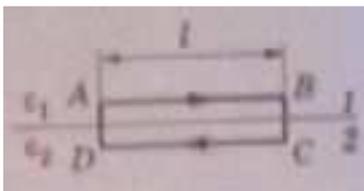


По теореме Гаусса:

$$D_{1n} \Delta S - D_{2n} \Delta S = 0 \Rightarrow D_{1n} = D_{2n}, \text{ но}$$

$$\begin{cases} D_{1n} = \epsilon_0 \epsilon_1 E_{1n} \\ D_{2n} = \epsilon_0 \epsilon_2 E_{2n} \end{cases} \Rightarrow \frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}$$

2. На границе раздела двух диэлектрических сред тангенциальная компонента вектора напряженности электрического поля непрерывна.



По теореме о циркуляции:

$$\oint_{ABCD} \vec{E} d\vec{l} = 0 \Rightarrow E_{1\tau} l - E_{2\tau} l = 0 \Rightarrow E_{1\tau} = E_{2\tau}, \text{ но}$$

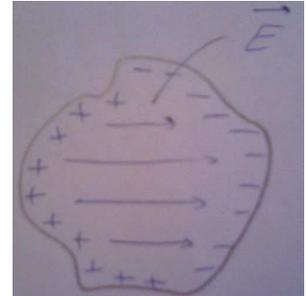
$$\begin{cases} E_{1\tau} = \frac{D_{1\tau}}{\epsilon_0 \epsilon_1} \\ E_{2\tau} = \frac{D_{2\tau}}{\epsilon_0 \epsilon_2} \end{cases} \Rightarrow \frac{D_{1\tau}}{D_{2\tau}} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$$

## Билет №5

Электрическое поле внутри проводника и у его поверхности. Распределение зарядов в проводнике.

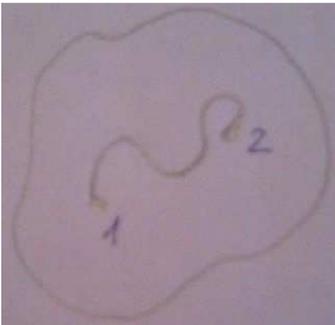
Утверждение:

Напряженность электрического поля внутри проводника равна нулю.



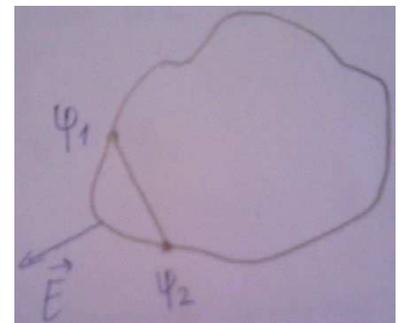
Следствия:

1. Все точки проводника имеют один и тот же потенциал.

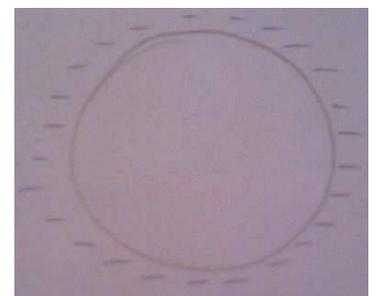


$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0 \Rightarrow \varphi_1 = \varphi_2$$

2. Напряженность электрического поля вблизи поверхности проводника снаружи направлена перпендикулярно поверхности.



3. Все свободные заряды располагаются на поверхности проводника.



### Электроемкость уединенного проводника.



$$C = \frac{q}{\varphi}$$

### Конденсаторы. Ёмкость конденсатора.

Ёмкость  $C$  зависит от формы, размеров и среды вокруг (и внутри) конденсатора.

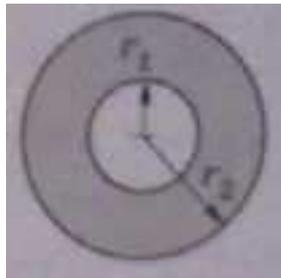
Общая формула:  $C = \epsilon C_0$ , где  $C_0$  - ёмкость воздушного конденсатора.

### Конденсаторы.

Плоский

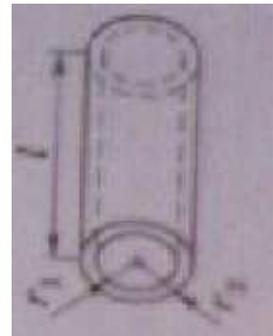
$$C = \frac{\sigma S}{\varphi_1 - \varphi_2};$$
$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int E dl = \frac{\sigma d}{\epsilon \epsilon_0} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow C = \frac{\sigma S \epsilon \epsilon_0}{\sigma d} = \frac{S \epsilon \epsilon_0}{d}$$

Сферический



$$C = \frac{\sigma S}{\varphi_1 - \varphi_2};$$
$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{Q}{4\pi \epsilon \epsilon_0} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow C = 4\pi \epsilon \epsilon_0 \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1}$$

Цилиндрический



$$C = \frac{2\pi \epsilon \epsilon_0 l}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$$

## Билет №6

Энергия заряженного уединенного проводника и конденсатора.

Проводник:

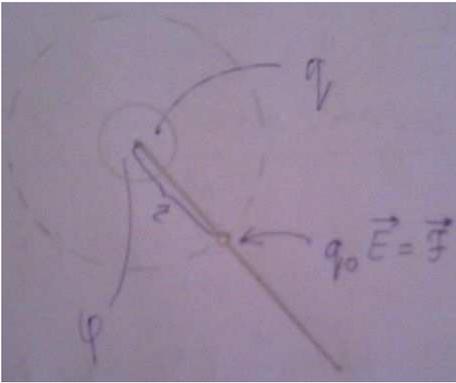
$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \Delta q_i \cdot \varphi = \frac{q\varphi}{2} = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{q^2}{2C}$$

Конденсатор:

$$W = \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^N \Delta q_i \cdot \varphi_1 - \sum_{i=1}^N \Delta q_i \cdot \varphi_2 \right) = \frac{q(\varphi_1 - \varphi_2)}{2} = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2}$$

1. Частные случаи для проводника.

- Шар:



$$\oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$\int_r^\infty q_0 E dr = q_0 \cdot \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_r^\infty \frac{dr}{r^2} = \frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0 r} = A$$

$$\varphi = \frac{A}{q_0} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}; C = 4\pi\epsilon_0 r \Rightarrow W = \frac{q^2}{2C} = \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0 r}$$

- Взаимно расположенные проводники:



$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} \Rightarrow W = \frac{q^2}{2C} = \frac{q^2}{2 \cdot \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}} = \frac{q(\varphi_1 - \varphi_2)}{2}$$

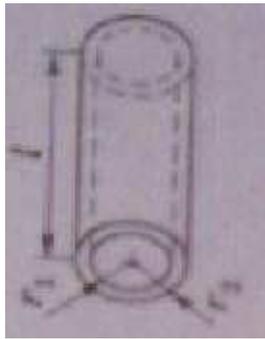
2. Частные случаи для конденсатора.

- Плоский:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U} = \frac{q}{Ed} = \frac{q}{\frac{q}{\varepsilon_0 S} d} = \frac{\varepsilon_0 S}{d};$$

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d} \text{ — если между пластинами находится диэлектрик}$$

- Цилиндрический:



$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{2\pi \varepsilon \varepsilon_0 l}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$$

Энергия электрического поля.

Выведем формулу для энергии электрического поля, используя формулу для энергии конденсатора:

$$W = \frac{1}{2} q \varphi_1 - \frac{1}{2} q \varphi_2 = \frac{\frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d} \frac{U^2 = (Ed)^2}{U}}{\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right)^2} = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 E^2 \overset{V}{Sd}}{2} = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 E^2}{2} V$$

$$W = \iiint w dV$$

Объемная плотность энергии.

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 E^2}{2} = \frac{ED}{2}$$

## Билет №7

### Постоянный электрический ток, его характеристики и условия существования.

Электрический ток – это упорядоченное движение электрических зарядов.

Условия существования тока:

1. Наличие свободных зарядов
2. Наличие электрического поля

Характеристики тока:

- Сила тока – заряд, переносимый через поперечное сечение проводника за единицу времени.

$$I = \frac{dq}{dt} \left( [I] = \frac{\text{Кл}}{\text{с}} = \text{А} \right) \text{ или } I = \iint \vec{j} dS$$

- Плотность тока – количество зарядов, пересекающих в единицу времени единичную площадку, расположенную перпендикулярно потоку заряженных частиц.

$$j = \frac{dI}{dS}$$

### Разность потенциалов, ЭДС, напряжение.

ЭДС – это работа сторонних сил по переносу единичного положительного заряда (сторонние силы – силы неэлектрического происхождения).

$$\varepsilon = \frac{A_{\text{ст}}}{q} \left( [\varepsilon] = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = \text{В} \right)$$

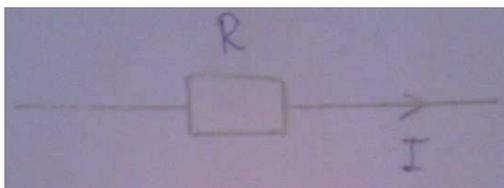
$$\left. \begin{array}{l} F_{\text{ст}} = qE_{\text{ст}} \\ A_{\text{ст}} = \int_1^2 \vec{F}_{\text{ст}} d\vec{l} \end{array} \right\} \Rightarrow \varepsilon = \int_1^2 \vec{E}_{\text{ст}} d\vec{l}$$

Напряжение – это величина, равная работе как электрических, так и сторонних сил по переносу единичного положительного заряда из точки 1 в точку 2.

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{12}$$

### Законы Ома.

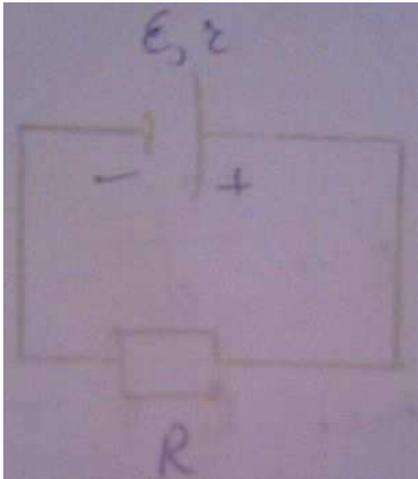
- Первый (для однородного участка цепи):



$$U = RI;$$

$$R = \frac{\rho l}{S} \quad (\rho - \text{удельное сопротивление})$$

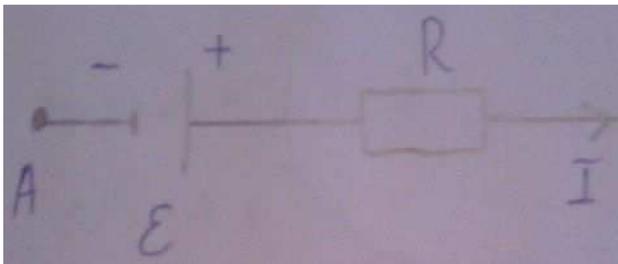
- Второй (для полной цепи):



$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} \text{ (в дифференциальной форме:}$$

$$j = \sigma E)$$

- Третий (для неоднородного участка цепи):

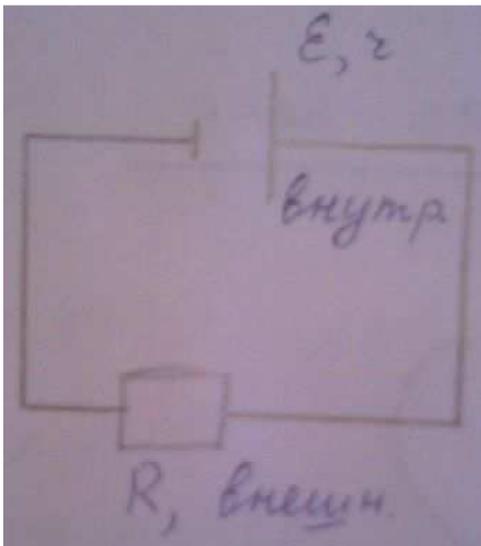


От А к В:

$$IR = \varepsilon + \varphi_A - \varphi_B$$

Работа, мощность и тепловое действие тока.

- 1) Работа:  $A = q(\varphi_1 - \varphi_2) = qU$
- 2) Мощность:



$$P_{\text{полезная (внешняя)}} = I^2 R = \frac{\varepsilon^2 R}{(R + r)^2}$$

$$P_{\text{полная}} = I^2 (R + r) = \frac{\varepsilon^2 (R + r)}{(R + r)^2} = \frac{\varepsilon^2}{(R + r)}$$

Закон Джоуля-Ленца.

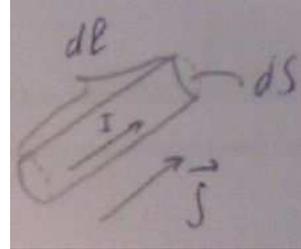
$$Q = I^2 R t = I U t = \frac{U^2}{R} t \text{ (в дифференциальной форме: } P_{\text{уд}} = j E)$$

## Билет №8

Закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме.

$$Q = \int_0^t RI^2 dt; dQ = RI^2 dt$$

Выделим элементарный объем в виде цилиндра:



$$dQ = \frac{\rho dl}{dS} \cdot (jdS)^2 \cdot dt = \frac{\rho dl}{dS} \cdot j^2 dS^2 dt = \rho j^2 \overbrace{dl dS}^{dV} dt = \rho j^2 dV dt$$

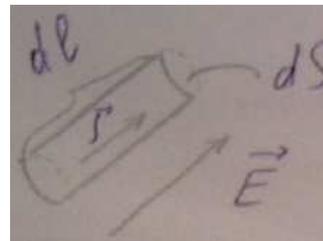
$$\underbrace{\frac{dQ}{dV dt}}_{Q_{уд}} = \rho j^2$$

Закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме:  $Q_{уд} = \rho j^2$

Закон Ома в дифференциальной форме.

$$I = \frac{U}{R} = \frac{1}{R} U$$

Выделим элементарный объем в виде цилиндра:



$$\left. \begin{array}{l} I = jdS \\ U = Edl \\ R = \frac{\rho dl}{dS} \end{array} \right\} \Rightarrow j dS = \frac{dS}{\rho dl} \cdot Edl; j = \frac{1}{\rho} E = \sigma E$$

Закон Ома в дифференциальной форме:  $j = \sigma E$

## Билет №9

### Магнитное поле. Вектор магнитной индукции.

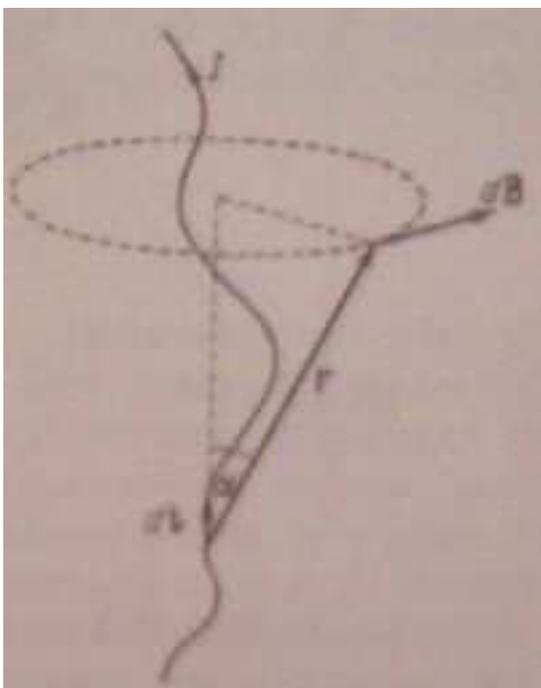
Индикатор магнитного поля – пробный контур с током.

Характеристики магнитного поля:

- Вращающий момент сил:  $\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}]$
- Магнитная индукция:  $B = \frac{M_{max}}{p_m}$ , где  $M_{max}$  – максимальный вращающий момент

(если в данную точку магнитного поля помещать рамку с различными магнитными моментами, то на нее будут действовать различные вращательные моменты, но соотношение  $\frac{M_{max}}{p_m}$  будет постоянным).

### Закон Био-Савара-Лапласа.



В этом элементе провода содержится  $n \cdot S \cdot dl$  электронов ( $n$  – число электронов в единице объема;  $S$  – площадь поперечного сечения).

Индукция, которую создает один электрон:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{e[(\vec{v} + \vec{u}), \vec{r}]}{r^3}, \text{ где}$$

$\vec{v}$  - скорость хаотического движения электрона

$\vec{u}$  - скорость упорядоченного движения электрона

$e$  - заряд электрона

Усредним значения скоростей по  $\vec{B}$ :

$$\langle \vec{B} \rangle = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{e[(\langle \vec{v} \rangle + \langle \vec{u} \rangle), \vec{r}]}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{e[\langle \vec{u} \rangle, \vec{r}]}{r^3}$$

Если мы умножим это выражение на  $n \cdot S \cdot dl$  (то есть на общее количество электронов в элементе провода), то получим вклад в поле, вносимый элементом  $dl$ :

$$d\vec{B} = \langle \vec{B} \rangle \cdot n \cdot S \cdot dl = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{S[(ne\langle \vec{u} \rangle), \vec{r}]dl}{r^3} \left. \begin{array}{l} \\ ne\langle \vec{u} \rangle = \vec{j} \end{array} \right\} \Rightarrow d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{S[\vec{j}, \vec{r}]dl}{r^3}$$

При этом очевидно, что направление плотности тока  $j$  и элемента провода  $dl$  совпадают:

$$\vec{j} \uparrow \uparrow d\vec{l} \Rightarrow \vec{j}dl = jd\vec{l} \Rightarrow d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Sj[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3} \left. \begin{array}{l} \\ I = Sj \end{array} \right\} \Rightarrow d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}$$

Расчеты прямого и кругового токов с помощью теоремы Био-Савара-Лапласа.

Прямой ток:  $B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{2I}{R}$

Круговой ток:  $B = \mu_0 \mu \cdot \frac{I}{2R}$

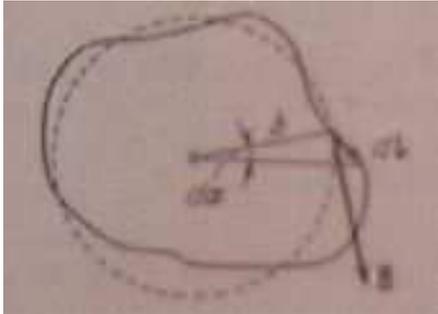
## Билет №10

Закон полного тока (теорема о циркуляции вектора магнитной индукции).

Циркуляцией индукции магнитного поля по произвольному замкнутому контуру называют « $\mu_0$ », умноженное на алгебраическую сумму токов, пронизывающих этот контур, то есть:

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^N I_i$$

Доказательство:



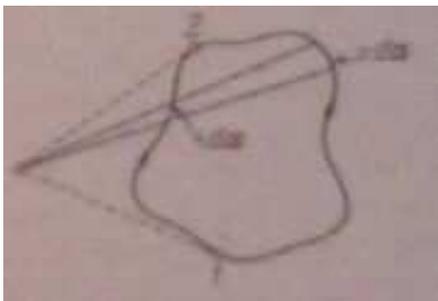
Заменим  $\vec{B}d\vec{l}$  на  $Bdl_B$ , где  $dl_B$  – проекция элемента контура  $dl$  на вектор  $\vec{B}$ .

Кроме того,  $dl_B = b d\alpha$ , где  $d\alpha$  – угол поворота при перемещении вдоль контура на отрезок  $d\vec{l}$ , тогда:

$$\vec{B}d\vec{l} = Bdl_B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I}{b} \cdot b d\alpha = \frac{\mu_0 I}{2\pi} d\alpha$$

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \underbrace{\oint d\alpha}_{2\pi} = \mu_0 I$$

Если же ток не охватывается контуром, то обход делается сначала из точки 1 в точку 2, затем в противоположном направлении (из 2 в 1).



В итоге получается, что  $\oint d\alpha = 0$

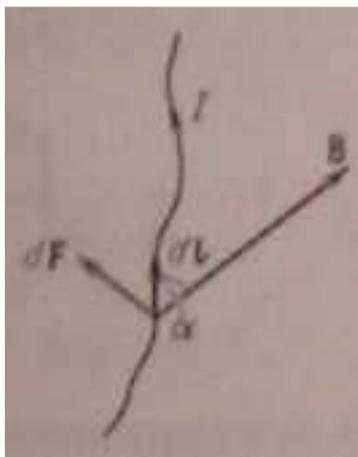
Применение теоремы о циркуляции к расчету полей тороида и соленоида.

Тороид:  $\oint \vec{B} d\vec{l} = B \cdot 2\pi r$ ,  $r$  – радиус витка

Соленоид:  $\left[ \begin{array}{l} \text{Внутри: } B = \mu_0 n I = \frac{\mu_0 N I}{l} \\ \text{Снаружи: } B = 0 \end{array} \right.$

## Билет №11

### Закон Ампера. Силы.



Сила, которую создает один электрон:

$$\vec{F} = e[(\vec{v} + \vec{u}), \vec{B}], \text{ где}$$

$\vec{v}$  - скорость хаотического движения электрона

$\vec{u}$  - скорость упорядоченного движения электрона

$e$  - заряд электрона

Усредним значения по силе:

$$\langle \vec{F} \rangle = e[(\langle \vec{v} \rangle + \langle \vec{u} \rangle), \vec{B}] = e[\langle \vec{u} \rangle, \vec{B}]$$

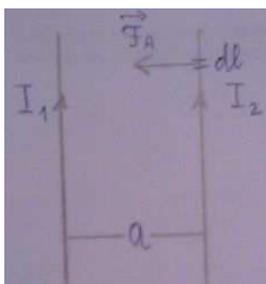
В элементе  $dl$  число электронов равно  $n \cdot S \cdot dl$ . Если мы помножим  $\langle \vec{F} \rangle$  на эту величину, то получим вклад в силу, который создают все электроны, находящиеся в элементе  $dl$ :

$$d\vec{F} = \langle \vec{F} \rangle \cdot n \cdot S \cdot dl = [(ne\langle \vec{u} \rangle), \vec{B}] S dl, \text{ но}$$

$$\left. \begin{array}{l} ne\langle \vec{u} \rangle = \vec{j} \\ \vec{j} \uparrow \uparrow d\vec{l} \Rightarrow \vec{j} dl = j d\vec{l} \\ jS = I \end{array} \right\} \Rightarrow d\vec{F} = I[d\vec{l}, \vec{B}]$$

Модуль силы Ампера вычисляется по формуле:  $dF = I dl \sin \alpha$ .

### Взаимодействие параллельных проводников с током.



$$B_1 \cdot 2\pi a = \mu_0 I_1 \Rightarrow B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi a}$$

$$d\vec{F}_A = I_2 d\vec{l} \vec{B}_1$$

$$F = \frac{dF_A}{dl} = I_2 B_1 = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}$$

## Билет №12

### Магнитный поток.

- Однородное поле:  $\Phi = BS \cos \alpha$

- Неоднородное поле:

$$\Phi = \iint_S B_n dS$$

### Соленоиды и тороиды:

- Потокосцепление (поток через все витки):  $\Psi = N\Phi = NBS \cos \alpha$

- Тороид (через сердечник):

$$\Psi = \frac{IN}{\frac{l_1}{\mu_1 \mu_0 S} + \frac{l_2}{\mu_2 \mu_0 S}}, \text{ где}$$

$l_1$  и  $l_2$  – длины первой и второй частей сердечника

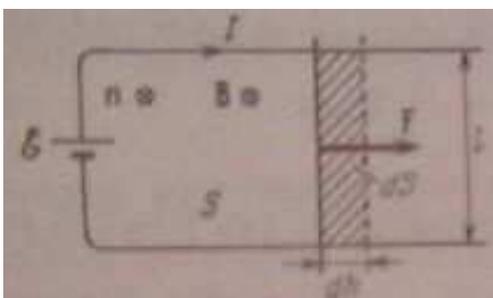
$\mu_1$  и  $\mu_2$  – магнитные проницаемости первой и второй частей сердечника

- Соленоид (через сердечник):

$$\Psi = NBS = \mu_0 \mu \frac{N^2 I}{l^2} V = \mu_0 \mu n^2 IV$$

### Работа по перемещению проводника и контура в магнитном поле.

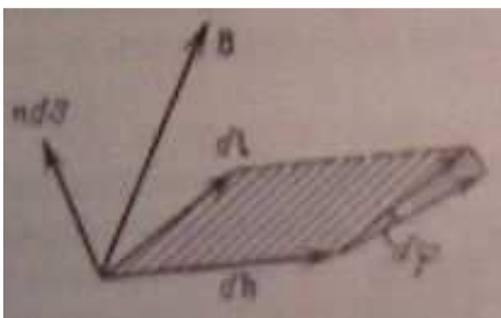
1. Проводник



$$F = IBl$$

$$dA = Fdh = IBldh = IBdS = Id\Phi$$

2. Контур



При перемещении на бесконечно малый угол  $d\varphi$  контур описал площадь  $S$ :

$$S = [d\vec{h}, d\vec{l}] + \frac{1}{2} dl^2 d\varphi$$

Второе слагаемое мало по сравнению с первым, поэтому мы им пренебрегаем, тогда:

$$dA_{эл} = I\vec{B} \cdot \underbrace{[d\vec{h}, d\vec{l}]_{\vec{n}dS}} = I\vec{B}\vec{n}dS = Id\Phi_{эл}$$

$$A = \int dA_{эл} = \int Id\Phi_{эл} = Id\Phi$$

$$A_{12} = \int dA = I \int d\Phi = I(\Phi_2 - \Phi_1)$$

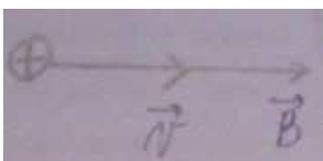
## Билет №13

Действие магнитного поля на движущийся заряд. Сила Лоренца. Движение заряженной частицы в магнитном поле.

Выражение для силы Лоренца:  $\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{V}, \vec{B}]$

При движении заряженности частицы в магнитном поле возможны 3 случая:

1.  $\vec{V} \parallel \vec{B}$

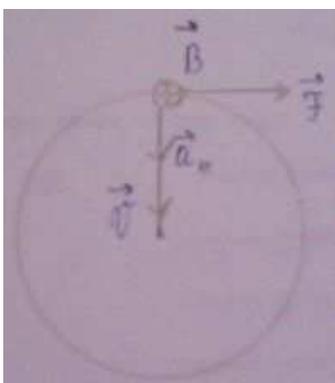


$$(\vec{V}, \vec{B}) = 0 \Rightarrow [\vec{V}, \vec{B}] = 0 \Rightarrow \vec{F} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \vec{a} = 0 \Rightarrow \vec{V} = const$$

То есть заряд движется равномерно и прямолинейно.

2.  $\vec{V} \perp \vec{B}$



$$\vec{F} \perp \vec{V} \Rightarrow \vec{a} \neq 0, a_n = \frac{V_{\perp}^2}{R}$$

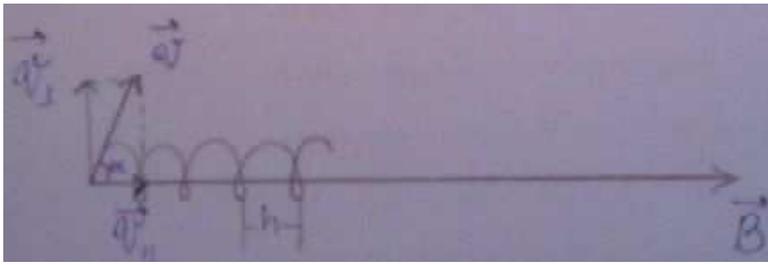
Выражение для силы Лоренца приобретает вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{mV_{\perp}^2}{R} = qV_{\perp}B; \Rightarrow \\ R = \frac{mV_{\perp}}{qB} \\ T = \frac{2\pi R}{V_{\perp}} = \frac{2\pi m}{qB} \end{aligned} \right\}$$

То есть заряд движется по окружности с ускорением  $a_n$ .

3.  $(\vec{V}, \vec{B}) = \alpha$

В этом случае присутствует как  $V_{\parallel}$ , так и  $V_{\perp}$  составляющие. То есть одновременно происходит равномерное прямолинейное движение и равноускоренное движение по окружности. Следовательно, заряд движется по спирали.

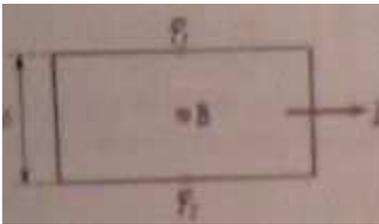


$h$  - шаг спирали

$$h = v_{\parallel} T = v_{\parallel} \cdot \frac{2\pi m}{qB}$$

## Билет №14

### Эффект Холла.

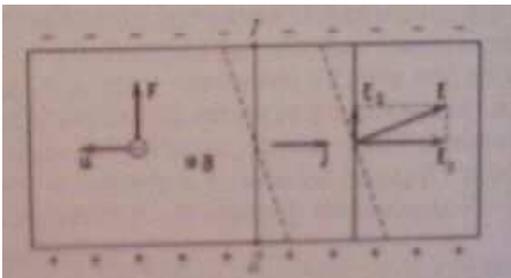


Если металлическую пластину, вдоль которой течет постоянный ток, поместить в перпендикулярное к ней магнитное поле, то между гранями возникает разность потенциалов, которая вычисляется с помощью такой формулы:

$U_H = R b j B$ , где  $R$  – постоянная Холла

$$R = \frac{1}{ne}, \text{ где } \begin{cases} n - \text{ количество электронов} \\ e - \text{ заряд электрона} \end{cases}$$

Объяснение:



Без магнитного поля ток в пластине обуславливается  $\vec{E}_0$ . Скорость электронов  $\vec{u}$  направлена в противоположную относительно  $\vec{j}$  сторону (так как электроны заряжены отрицательно).

Если мы включим магнитное поле, на электроны начнет действовать магнитное поле с силой:

$$F = e u B$$

=> у электронов появится составляющая скорости, направленная по силе  $\vec{F}$ , следовательно у нижней грани будет избыток положительных зарядов, а у верхней – отрицательных.

Тогда появляется поперечная составляющая  $\vec{E}_B$ . Для возвращения к состоянию равновесия она должна быть равной  $E_B = uB$  ( $eE_B = euB$ ).

Затем  $\vec{E}_B$  и  $\vec{E}_0$  складываются, появляется новое поле  $\vec{E}$  => смещаются эквипотенциальные линии (которые должны быть перпендикулярны к вектору напряженности), в результате точки 1 и 2 теперь находятся на разных уровнях => возникает разность потенциалов, отличная от нуля:

$$U_H = bE_B = buB, \text{ но } j = neu \Rightarrow u = \frac{j}{ne}, \text{ тогда:}$$

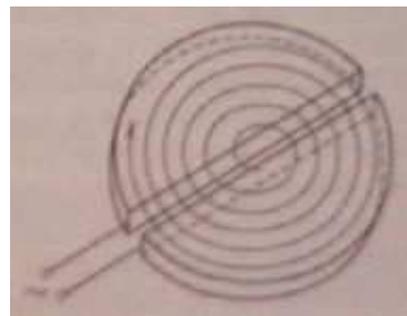
$$U_H = \frac{1}{ne} bjB = RbjB, \text{ то есть } R = \frac{1}{ne}$$

### Циклотрон.

Идеология: независимость периода обращения заряженной частицы от ее скорости.

Принцип работы:

Этот прибор состоит из двух электродов в виде половинок круглой невысокой коробки (эти половинки называют дуантами). Дуанты заключены в откачиваемый корпус, который помещается между полюсами большого электромагнита (поле, создаваемо магнитом, однородно и перпендикулярно плоскости дуантов). На дуанты подается переменное напряжение, возбуждаемое генератором высокой частоты.



Введем в зазор между дуантами зараженную частицу в тот момент, когда напряжение достигнет наибольшей величины. Частица будет двигаться по окружности, радиус которой пропорционален скорости частицы.

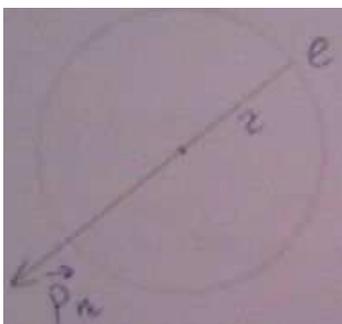
Подберем частоту изменения напряжения между дуантами так, чтобы к моменту, когда частица пройдет половину пути (и подойдет к зазору между дуантами), разность потенциалов между ними изменила знак и достигла амплитудного значения.

Тогда частица будет снова ускорена и влетит во второй дуант с энергией в 2 раза больше => и двигаться во втором дуанте она будет по окружности бОльшего радиуса ( $R \sim v$ ). Время, за которое она пролетит второй дуант, будет таким же.

## Билет №15

### Магнитный момент атомов.

Складывается из магнитных моментов электронов ( $\vec{p}_m$ ) и магнитных моментов ядер ( $\vec{p}_{ms}$ ). Однако  $\vec{p}_{ms}$  пренебрежимо мал по сравнению с  $\vec{p}_m$ , поэтому его обычно не учитывают.



$$\vec{p}_a = \sum \vec{p}_m + \sum \vec{p}_{ms}$$

$$p_m = IS = I\pi r^2 = e\nu\pi r^2 = \begin{matrix} V = \omega r \\ \omega = 2\pi\nu \\ \downarrow \\ \pi\nu r = \frac{V}{2} \end{matrix} = \frac{eVr}{2}$$

### Типы магнетиков.

- Парамагнетики  $\chi_M: 10^{-10} \div 10^{-9}$  (*Al, Li, Na, K*)  
 $\mu \geq 1$
- Диамагнетики  $\chi_M: -10^{-11} \div -10^{-10}$  (*Cu, графит, нафталин*)  
 $\mu \leq 1$
- Ферромагнетики  $\chi_M \sim 1$  (*Fe, Cd*)  
 $\mu \gg 1$

Ферромагнетики – это особый класс веществ, обладающих большим намагничиванием даже в отсутствии поля. Эти вещества состоят из отдельных областей (доменов), в каждой из которых магнитные моменты всех атомов строятся в одном направлении.

Домены – малые макроскопические области, самопроизвольно намагниченные до насыщения.

### Микро- и макротоки.

Микротоки – микроскопические токи, обусловленные движением электронов в атомах и молекулах.

Макротоки – токи проводимости.

### Вектор намагничивания.

Вектор намагничивания – это магнитный момент единицы объема.

$$\vec{j} = \underbrace{\sum_{\Delta V} \vec{p}_m}_{\text{сумма магнитных моментов всех молекул в } \Delta V}$$

## Билет №16

Напряженность магнитного поля.

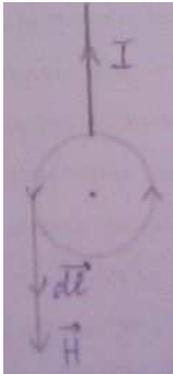
$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{j}, \text{ где } \vec{j} - \text{ намагниченность}$$

$$\mu_0 - \text{ магнитная постоянная } (\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7})$$

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}$$

Закон полного тока для магнитного поля в веществе (теорема о циркуляции  $\vec{H}$ ).

Циркуляция вектора напряженности магнитного поля  $\vec{H}$  по некоторому контуру равна алгебраической сумме макроскопических токов, охватываемых этим контуром.

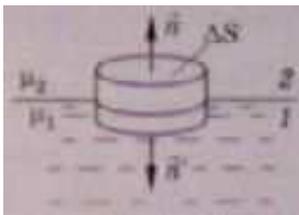


$$\oint_{\text{по силовой линии}} H_l dl = \oint H dl = \frac{I}{2\pi r} \oint dl = \frac{I}{2\pi r} \cdot r \cdot 2\pi = I$$

$$\oint H_l dl = \sum_{k=1}^N I_k \text{ или } \oint H_l dl = \iint j_n dS$$

Условия для векторов напряженности и индукции магнитного поля на границе раздела двух магнетиков.

1. Берем цилиндр.



$$\Phi_B = B_{1n}S + B_{2n}S + \langle B_n \rangle S_{\text{бок}}$$

Но:

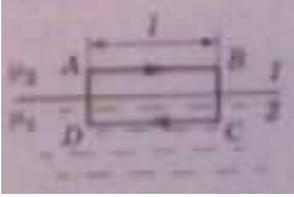
- Поток  $\vec{B}$  через любую замкнутую поверхность равен нулю
- $h \rightarrow 0 \Rightarrow S_{\text{бок}} \rightarrow 0$

Получим  $B_{1n} = -B_{2n}$ . Если проектируем  $\vec{B}_1$  и  $\vec{B}_2$  на одну и ту же нормаль, то  $B_{1n} = B_{2n}$ .

Кроме того,

$$\mu_0 \mu_1 H_{1n} = \mu_0 \mu_2 H_{2n} \Rightarrow \frac{H_{1n}}{H_{2n}} = \frac{\mu_2}{\mu_1}$$

2. Берем контур.



$$\oint H_l dl = H_{1\tau} - H_{2\tau} + \langle H_l \rangle \cdot 2b$$

Но:

- Циркуляция вектора  $\vec{H}$  через любой замкнутый контур равна нулю.
- На границе раздела нет макроточков и  $b \rightarrow 0$

Получим:

$$H_{1\tau} = H_{2\tau} \Rightarrow \frac{B_{1\tau}}{\mu_0\mu_1} = \frac{B_{2\tau}}{\mu_0\mu_2} \Rightarrow \frac{B_{1\tau}}{B_{2\tau}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$$

### Описание магнитного поля в веществе.

Если несущие ток провода находятся в какой-либо среде, магнитное поле меняется. Это объясняется тем, что всякое вещество является магнетиком, то есть способно под действием магнитного поля приобретать магнитный момент (намагничиваться).

Намагниченное вещество создает магнитное поле  $\vec{B}'$ , которое накладывается на обусловленное токами, текущими в проводах, поле  $\vec{B}_0$ . В сумме получаем результирующее поле:  $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'$ .

### Магнитная восприимчивость и магнитная проницаемость.

1. Магнитная восприимчивость.

$\chi$  – характерная именно для данного магнетика величина, берется из таблицы, безразмерная.

Для неферромагнетиков в слабых полях  $\chi$  не зависит от  $\vec{H}$ .

2. Магнитная проницаемость.

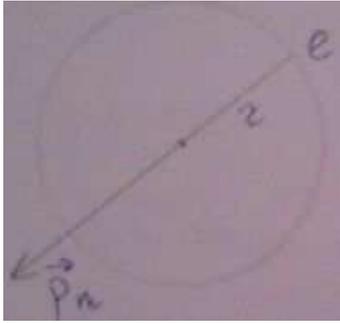
Показывает, во сколько раз магнитное поле макроточков усиливается за счет микроточков среды.

$$\mu = 1 + \chi$$

## Билет №17

### Магнитный момент атомов.

Складывается из магнитных моментов электронов ( $\vec{p}_m$ ) и магнитных моментов ядер ( $\vec{p}_{ms}$ ). Однако  $\vec{p}_{ms}$  пренебрежимо мал по сравнению с  $\vec{p}_m$ , поэтому его обычно не учитывают.



$$\vec{p}_a = \sum \vec{p}_m + \sum \vec{p}_{ms}$$

$$p_m = IS = I\pi r^2 = ev\pi r^2 = \left| \begin{array}{l} V = \omega r \\ \omega = 2\pi\nu \\ \downarrow \\ \pi\nu r = \frac{V}{2} \end{array} \right| = \frac{eVr}{2}$$

### Типы магнетиков.

- Парамагнетики  $\chi_M: 10^{-10} \div 10^{-9}$  (*Al, Li, Na, K*)  
 $\mu \geq 1$
- Диамагнетики  $\chi_M: -10^{-11} \div -10^{-10}$  (*Cu, графит, нафталин*)  
 $\mu \leq 1$
- Ферромагнетики  $\chi_M \sim 1$  (*Fe, Cd*)  
 $\mu \gg 1$

Ферромагнетики – это особый класс веществ, обладающих большим намагничиванием даже в отсутствии поля. Эти вещества состоят из отдельных областей (доменов), в каждой из которых магнитные моменты всех атомов строятся в одном направлении.

Домены – малые макроскопические области, самопроизвольно намагниченные до насыщения.

## Билет №18

### Ферромагнетизм. Кривая намагничивания. Магнитный гистерезис.

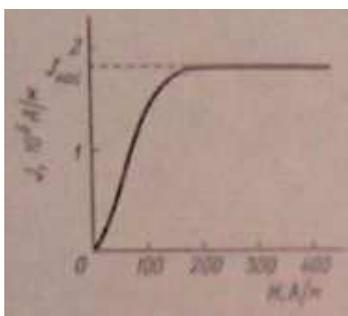
Ферромагнетики – это особый класс веществ, обладающих большим намагничиванием даже в отсутствие поля. Эти вещества состоят из отдельных областей (доменов), в каждой из которых магнитные моменты всех атомов строятся в одном направлении.

Домены – малые макроскопические области, самопроизвольно намагниченные до насыщения.

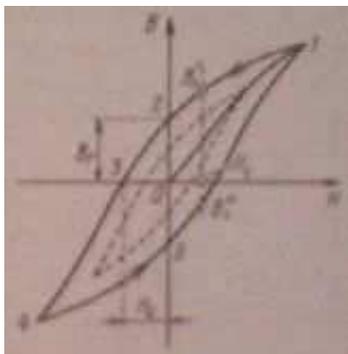
$$\chi_M \sim 1 \text{ (Fe, Cd)}$$

$$\mu \gg 1$$

1. Кривая намагничивания, если магнитный момент изначально равен 0.



2. Та же кривая, если изначально магнитный момент был не нулевым.



Когда напряженность внешнего поля равна нулю (точка 2), намагничивание не исчезает и характеризуется  $B_r$  (остаточная индукция) и  $J_r$  (остаточная намагниченность).

Магнитный гистерезис – отставание изменения величины намагниченности ферромагнетика от изменения внешнего магнитного поля вследствие сил внутреннего трения между доменами.

### Точка Кюри.

Это определенная температура, при которой вещество теряет свои магнитные свойства.

$$T_K = \frac{c}{\chi_M}, \text{ где } c \text{ – постоянная Кюри}$$

$\chi_M$  – магнитная восприимчивость

Опыты Столетова (методы измерения магнитной индукции).

Предисловие.

Пусть полный магнитный поток, сцепленный с контуром, изменяется от  $\Psi_1$  до  $\Psi_2$ . Найдём  $q$ —?

$$I = \frac{\varepsilon_i}{R} = -\frac{1}{R} \cdot \frac{d\Psi}{dt} \Rightarrow dq = Idt = -\frac{1}{R} \cdot \frac{d\Psi}{dt} dt = -\frac{1}{R} d\Psi$$

$$q = \int dq = -\frac{1}{R} \int_1^2 d\Psi = \frac{1}{R} (\Psi_1 - \Psi_2)$$

$$q = \frac{1}{R} (\Psi_1 - \Psi_2) \text{ — основная формула}$$

Суть метода Столетова:

1. В поле помещаем катушки из  $N$  витков,  $\vec{B}$  перпендикулярно плоскости витков:  $(\vec{B} \uparrow \uparrow \vec{n}) \Rightarrow \Psi_1 = NBS$
2. Поворачиваем катушку на  $180^\circ$ :  $(\vec{B} \uparrow \downarrow \vec{n}) \Rightarrow \Psi_2 = -NBS \Rightarrow \Psi_1 - \Psi_2 = 2NBS$ . Тогда:

$$q = \frac{1}{R} \cdot 2NBS$$